317 X

# ANNALES

THE UNIVERSITY
OF MICHIGAN
FEB 1960
ENGINEERING
LIBRARY

DE

# RADIOÉLECTRICITÉ

## GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

*79, Boulevard Haussmann, 79*

**PARIS**

THE UNIVERSITY
OF MICHIGAN
FEB 9 1960
ENGINEERING
LIBRARY

**REVUE TRIMESTRIELLE**

**TOME XIV.** **OCTOBRE 1959.** **N° 58.**

TOME XIV OCTOBRE 1959 N° 58

# ANNALES

DE

# RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE, AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

*79, Boulevard Haussmann, PARIS*

## SOMMAIRE

NGUYEN THIEN-CHI, J. VERGNOLLE et B. DONNADILLE. — Conversion d'énergie par effet Seebeck et réfrigération par effet Peltier. . . . . 275

J. MERCIER. — Influence de la technologie et de la diffusion sur les caractéristiques d'un transistor du type drift. . . . . 322

R. J. WARNECKE. — Étude et réalisation d'un spectromètre de masse du type Omégatron. Application à la détection des fuites et à l'analyse des gaz sous faible pression (Ire partie). . 339

J. DELLA RICCIA. — Théorie du gain d'un transistor et répartition des porteurs dans la base. . 366

Abridgments (résumés des Mémoires en langue anglaise). . . . . 375

Zusammenfassungen (résumés des Mémoires en langue allemande). . . . . 382

*Rédacteur scientifique :* M. Jean BERNIER

La reproduction des mémoires et figures publiés dans les *Annales* est autorisée moyennant l'indication complète d'origine.

Abonnements : France : 3.500 F — Étranger : 5.000 F — Le numéro : 1.500 F.

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 101, Boulevard Murat, Paris (16e).

# CONVERSION D'ÉNERGIE PAR EFFET SEEBECK ET RÉFRIGÉRATION PAR EFFET PELTIER (1)

PAR NGUYEN THIEN-CHI, J. VERGNOLLE et B. DONNADILLE,
Département de Recherches Physico-Chimiques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans une première partie, les auteurs rappellent brièvement les principales notions générales relatives aux phénomènes de thermoélectricité.*
*La seconde partie est consacrée à l'étude générale, basée sur des calculs d'un couple thermoélectrique considéré, soit comme un générateur électrique, soit comme un réfrigérateur par effet Peltier.*
*Enfin, dans la troisième partie, d'ordre technologique, les auteurs rapportent quelques travaux effectués dans les Laboratoires C. S. F. et annoncent quelques résultats relatifs à certains semi-conducteurs.* (C. D. U. : 537.324.)

SUMMARY. — *In Part I the authors briefly recall the main general notions relative to thermoelectric phenomena.*
*Part II deals with the general investigation, based on calculations of a thermo-electric couple considered either as an electrical generator, or as a refrigerator using the Peltier effect.*
*Lastly, in Part III, dealing with engineering matters, the authors describe work carried out in the C. S. F. laboratories and give a few results on certain semi-conductors.* (U.D.C. : 537.324.)

INHALTSANGABE. — *In einem ersten Teile erwähnen die Verfasser kurz die wichtigsten Begriffe bezüglich der thermoelektrischen Erscheinungen.*
*Der zweite Teil ist der allgemeinen Untersuchung auf Grund der Berechnung eines Thermoelementes gewidmet, das entweder als elektrischer Generator oder als Kühler durch Ausnutzung des Peltier-Effektes benutzt wird.*
*Schliesslich berichten die Verfasser in einem dritten Teile, der sich hauptsächlich mit technologischen Fragen befasst, über die in den Laboratorien der C. S. F. ausgeführten Arbeiten und geben einige Ergebnisse bezüglich gewisser Halbleiter bekannt.* (D. K. : 537.324.)

## I. — INTRODUCTION.

### RAPPEL DE NOTIONS GÉNÉRALES DE THERMOÉLECTRICITÉ.

#### 1.1. Effet Seebeck.

La célèbre expérience de Seebeck, qui découvrit l'effet thermoélectrique en 1821, est encore décrite dans certains vieux traités de physique pour mettre en évidence ce phénomène d'une manière frappante. Une lame droite d'antimoine et une lame de bismuth en U sont soudées aux deux extrémités laissant entre elles un intervalle dans lequel peut pivoter autour d'un axe vertical une des aiguilles aimantées N—S d'un système astatique dont la seconde aiguille N—S est à l'extérieur. Si l'ensemble est orienté dans le plan du méridien magnétique et si l'on chauffe une des deux soudures, l'aiguille dévie aussitôt comme sous l'action d'un courant électrique allant du Bi au Sb à travers la soudure chaude. Tel est l'effet Seebeck : naissance d'un courant électrique, donc d'une force électromotrice, dans un circuit fermé fait de deux conducteurs dissemblables réunis aux deux extrémités, quand celles-ci (appelées soudures) sont à des températures différentes : $dE = e\,dT$ est appelé le *pouvoir thermoélectrique* du couple et s'exprime en microvolts par

(1) Manuscrit reçu le 30 avril 1959.

degré (μV/°C). Cette interprétation pourtant toute naturelle, Seebeck a toujours répugné à l'adopter, préférant se référer à une hypothèse qui lui était chère et qui consistait à établir une relation entre le magnétisme terrestre et la différence de température entre l'équateur et la calotte glaciaire des pôles. Mais ces spéculations, bien qu'assez curieuses en soi, n'enlèvent rien à l'inestimable valeur des travaux de Seebeck, en ce sens qu'il a accumulé une somme considérable de données physiques très intéressantes sur de nombreux métaux, alliages ou minéraux. Celles-ci étaient surtout qualitatives (la loi d'Ohm ne fut nettement établie que vers 1827) : sens du courant thermoélectrique, classement des matériaux quant à la grandeur de leur action sur une aiguille aimantée par rapport à un matériau de référence, etc. Comme l'a fait remarquer A. Joffe, le meilleur thermocouple obtenu par Maria Telkes en 1947 était formé de PbS et ZnSb, c'est-à-dire du premier terme et du dernier de la série explorée et classée par Seebeck, couple dont le rendement atteint déjà 3 % environ.

Une autre ancienne série thermoélectrique, basée sur des mesures de force électromotrice, est celle de Matahiessen, qui porte sur de nombreux corps couplés avec le plomb comme élément de référence, et cela pour une différence de température de 1° C (20 et 19° C); on a ainsi mesuré, assez approximativement, le pouvoir thermoélectrique du couple. Il fut déjà remarqué que ces sortes de mesures différaient très nettement d'un opérateur à l'autre.

Les deux séries toutes récentes de Justi (1948) et de Meisner (1955), établies avec toute la précision des techniques modernes, sont en bon accord, mais il est surtout remarquable qu'elles coïncident bien avec la série de Seebeck.

### 1.2. **Effet Peltier.**

Si un courant continu passe à travers la soudure de deux conducteurs différents, il s'y produit un dégagement ou une absorption de chaleur suivant le sens du courant ou, ce qui revient au même, si un couple thermoélectrique est traversé par un courant continu, une des soudures s'échauffe et l'autre se refroidit. Tel est l'effet qui porte le nom de Peltier qui, dès 1834, a observé des anomalies de température au voisinage de la jonction de deux métaux formant une chaîne traversée par un courant continu. Si $q$ est le taux par seconde de quantité de chaleur mise en jeu, on a

$$q = \Pi I,$$

$I$ est l'intensité du courant et $\Pi$ est le *coefficient Peltier*. Ce phénomène ne doit pas être confondu avec l'effet Joule qui est proportionnel à la résistance électrique et au carré de l'intensité du courant, alors que l'effet Peltier est proportionnel à cette dernière grandeur. L'effet Peltier dépend étroitement de l'effet Seebeck et l'on a la relation

$$\Pi = eT,$$

$e$ étant le pouvoir thermoélectrique et $T$ la température absolue de la jonction. L'effet Peltier, apparition d'une différence de température par le passage d'un courant électrique dans un circuit thermoélectrique, est ainsi l'inverse de l'effet Seebeck dans lequel une différence de température produit un courant électrique. Par sa découverte, Peltier a montré que la loi de Joule ne s'applique qu'aux courants forts et que, dans le cas des faibles courants thermoélectriques, les propriétés individuelles de chaque conducteur doivent commencer à entrer en jeu. Mais il persistait à attribuer les anomalies de température observées au degré d'écrouissage des métaux ou à leur résistivité, sans avoir vu qu'elles dépendaient essentiellement des caractéristiques thermoélectriques des conducteurs du couple. Le physicien russe Lenz eut le mérite, en 1838, de donner une démonstration spectaculaire de l'effet Peltier en réussissant à congeler une goutte d'eau à la soudure d'un couple bismuth-antimoine traversé par un courant continu (l'effet Peltier était, en effet, le plus élevé pour ce couple).

### 1.3. **Effet Thomson.**

Thomson (Lord Kelvin), à qui l'on doit la théorie classique des phénomènes thermoélectriques basée sur l'application des lois de la thermodynamique, a aussi découvert expérimentalement en 1857 l'effet qui porte son nom.

Soit une tige métallique homogène AB, dont l'extrémité A est à une température $T_1$ et l'extrémité B à une température $T_2$. Si elle est en équilibre électrique le potentiel ne sera pas le même en tous ses points. Si $V$ est la différence de potentiel entre A et B et si un courant $I$ va de A vers B, on recueille par seconde un travail $VI$, c'est-à-dire une quantité de chaleur proportionnelle à $I$. Si le sens du courant est inversé, le conducteur absorbera la même quantité de chaleur. L'effet Thomson consiste précisément dans le dégagement ou dans cette absorption de chaleur dans un conducteur homogène présentant un gradient de température et parcouru

par un courant continu. Si $q$ est la quantité de chaleur mise en jeu par unité de temps et par unité de longueur et $I$ l'intensité du courant, la quantité de chaleur $dq$ mise en jeu sur une longueur $dx$ du conducteur sera

$$dq = -\theta I \operatorname{grad} T \, dx$$

et, si l'on tient compte de l'apparition de chaleur de Joule due à la résistivité $\rho$ du conducteur

$$dq = (\rho I^2 - \theta I \operatorname{grad} T) \, dx,$$

$\theta$ est le *coefficient Thomson*. Si l'on trace les courbes de répartition des températures le long du conducteur, on obtient deux courbes distinctes suivant le sens du courant, et comme les paramètres conductibilité, rayonnement et effet Joule sont les mêmes dans les deux cas, c'est que l'effet Thomson dégage ou absorbe de la chaleur.

## 1.4. Règles importantes relatives à l'effet Seebeck.

Certaines règles (souvent appelées lois), très utiles pour l'étude et l'utilisation pratiques des thermocouples, ont pu être formulées à la suite des très nombreuses recherches expérimentales effectuées sur les circuits thermoélectriques :

— Règle du circuit homogène;
— Règle des métaux intermédiaires;
— Règle des températures successives.

1.4.1. Règle du circuit homogène. — *Aucun courant électrique ne peut prendre naissance dans un circuit formé d'un seul métal homogène, même de section variable, par la seule intervention de la chaleur.*

Autrement dit la somme des f. é. m. dans un tel circuit est nulle.

Cette règle doit être considérée comme purement expérimentale. Si un courant électrique apparaît, c'est que le circuit présente des hétérogénéités locales.

Conséquence : Si les soudures de deux métaux différents, mais homogènes, sont portées à deux températures différentes, le pouvoir thermoélectrique est indépendant du gradient de température sur chaque branche.

Contrairement à la règle précédente, les deux suivantes peuvent être énoncées par l'application des lois de la thermodynamique.

Elles ont été formulées par Becquerel.

1.4.2. Règle des métaux intermédiaires. — On en connaît au moins trois énoncés, mais le suivant est le plus fréquent :

*Si deux métaux* A *et* B *sont séparés par une chaîne de métaux intermédiaires à température constante $T$, la f. é. m. est la même que si les deux métaux étaient unis directement et la soudure portée à la température $T$.*

En d'autres termes, la f. é. m. engendrée par un thermocouple AB avec ses soudures aux températures $T_1$ et $T_2$ est la somme algébrique de la f. é. m. d'un couple AC et de la f. é. m. d'un couple CB, les deux étant chacun soumis aux températures $T_1$ et $T_2$, c'est-à-dire

$$E_{AB} = E_{AC} + E_{CB}.$$

Conséquence : Si l'on connaît la f. é. m. de chacun des métaux A, B, C, D, ... par rapport à un métal de référence X, alors la f. é. m. de n'importe quelle combinaison de ces métaux est connue.

Cette seconde règle est très importante pour l'utilisation de tout système comportant des thermocouples. En effet, pour étudier des éléments thermoélectriques, il est indispensable de couper leur circuit pour y insérer des appareils de mesures (galvanomètre, milliampèremètre, etc.) par des fils intermédiaires entre les jonctions. Et d'ailleurs, la soudure entre eux de deux matériaux thermoélectriques nécessite souvent un métal d'apport.

1.4.3. Règle des températures successives. — *La f. é. m. d'un thermocouple dont les soudures sont aux températures $T_1$ et $T_2$ est égale à la somme de la f. é. m. de ce couple soumis aux températures $T_1$ et $T$ et de la f. é. m. du même couple soumis aux températures $T$ et $T_2$, c'est-à-dire*

$$(E)_{T_1}^{T_2} = (E)_{T_1}^{T} + (E)_{T}^{T_2}.$$

Cette règle intervient constamment dans l'étalonnage des couples et de leur emploi pour la mesure des températures.

Les trois règles précédentes peuvent être englobées dans un seul énoncé qui est à la base de l'emploi du thermocouple pour la mesure des températures :

*La somme algébrique des f. é. m. dans un circuit formé d'un nombre quelconque de métaux homogènes dissemblables est uniquement fonction des températures des soudures.*

## 1.5. Le thermocouple générateur électrique.

Le thermocouple, qui est employé depuis de longues années pour la mesure des températures,

n'est autre qu'un générateur électrique mais d'un rendement absolument négligeable. A l'époque même des travaux de Becquerel et autres physiciens, destinés à perfectionner la pyrométrie thermoélectrique, des essais furent déjà tentés pour réaliser des générateurs à base de thermocouples. C'est ainsi qu'ont vu le jour, à la fin de l'autre siècle et au début de celui-ci, des « piles » thermoélectriques de toutes sortes chauffées au gaz et différant par la matière des thermocouples et par des détails de structure. On ne retrouve pas sans curiosité la description de quelques thermopiles antiques, intéressantes cependant par l'ingéniosité de certaines dispositions :

— Pile de Nobili et Melloni : formée des classiques barreaux de bismuth et d'antimoine soudés de telle façon que les soudures paires sont, par exemple, à droite et les impaires à gauche;

— Pile Noé : couple maillechort + alliage (Zn-Cd), refroidie par ailettes de cuivre, chauffée au Bunsen;

— Pile Clamond : couple Fe + alliage (Zn-Sb).

Celle-ci a connu un certain succès : en effet, avec 120 couples, on obtenait une f. é. m. de 8 V, avec une résistance de 3,2 Ω, et avec 60 éléments plus volumineux, 3,6 V et 0,65 Ω; mais la consommation était d'environ 200 l de gaz par heure, ce qui a prohibé l'emploi industriel de cette thermopile.

Les générateurs précédents existaient aux environs de 1890, et tous étaient caractérisés par un rendement très faible, toujours nettement inférieur à 1 % (par rendement, on entend le rapport entre l'énergie électrique disponible et la quantité de chaleur dépensée). La petitesse du rendement s'explique par la trop grande conductibilité thermique des matériaux et leur trop faible conductivité électrique.

D'autres combinaisons furent ultérieurement imaginées, dont le rendement plafonnait vers 0,6 % (pile de Gülcher).

L'explication du bas rendement des thermopiles a donné lieu à de nombreuses considérations sur l'efficacité du transfert de chaleur du brûleur à la soudure chaude et à la réalisation de multiples dispositifs empiriques. Pour évaluer le rendement global d'une thermopile, le mieux est encore de considérer séparément le rendement du processus thermoélectrique lui-même et de calculer ce dernier. Un premier calcul, quelque peu inexact, fut tenté en 1885 par Rayleigh; celui d'Alten Kirch (1909) est correct dans l'ensemble et sert de base aux évaluations ultérieures qui ont surtout apporté quelques modifications mineures. Alten Kirch a travaillé à la fois sur le problème du générateur et sur celui du réfrigérateur thermoélectrique. A sa suite, d'autres ont continué dans la même voie, mais toutes les tentatives s'avérèrent non rentables, à cause des faibles performances thermoélectriques des matériaux connus à cette époque, qui étaient toujours des métaux ou des alliages, dont le pouvoir thermoélectrique ne dépasse pas 100 μV/° C, valeur correspondant au meilleur couple disponible, antimoine-bismuth. Le faible rendement de ce dernier couple (1 % environ) tient à ce que la majeure partie de l'énergie électrique produite est perdue par effet Joule en raison de la résistance élevée du couple. Si pour diminuer celle-ci, on emploie des éléments courts de grande section, une grande partie de la chaleur fournie aux soudures chaudes se propagera en pure perte vers les soudures froides grâce à la conductivité thermique trop élevée des éléments du couple.

Il a fallu attendre l'avènement des semi-conducteurs pour changer cet état de choses. On doit reconnaître que A. Joffe a vu juste quand il avançait dès 1929 qu'il serait beaucoup plus avantageux de réaliser des générateurs thermoélectriques à éléments semi-conducteurs : selon ses calculs, le rendement pouvait atteindre 4 % et même plus dans l'avenir.

Si $Q$ est la quantité de chaleur nécessaire pour maintenir la soudure chaude à la température $T_2$ et la soudure froide à la température $T_1$ et $w$ la quantité d'énergie électrique produite, un calcul approché montre que le rendement maximum est

$$\eta_M = \frac{T_2 - T_1}{2T_2 + \frac{Z}{4}}.$$

Dans ce calcul, on suppose que la résistance interne du couple est égale à la résistance de charge. Le paramètre $Z$ qui est très important pour caractériser les matériaux thermoélectriques est communément appelé « facteur de mérite » et s'écrit

$$Z = \frac{e^2}{\left[(\rho_-\lambda_-)^{\frac{1}{2}} + (\rho_+\lambda_+)^{\frac{1}{2}}\right]^2},$$

$e$, pouvoir thermoélectrique;

$\rho_-\rho_+$, résistivités des matériaux (—) et (+) du couple;

$\lambda_-\lambda_+$, conductivités thermiques des matériaux.

Pour une différence de température donnée, $\eta_M$ est d'autant plus grand que $Z$ est plus élevé.

Pour une valeur donnée de $Z$, le rendement $\eta_M$ croît avec la différence $(T_2 - T_1)$.

Le facteur de mérite, donc $\eta_M$, sera maximum si $e$ est aussi grand que possible, puisque selon la loi de Wiedemann-Franz, le produit $\rho\lambda$ est approximativement constant pour tous les métaux à une température donnée : d'après l'expérience et la théorie, le pouvoir thermoélectrique n'est pas assez élevé pour permettre d'atteindre un rendement acceptable.

Un thermocouple à semi-conducteurs est constitué d'un élément de type $p$ et d'un élément de type $n$, le pouvoir thermoélectrique résultant étant la somme des valeurs absolues des deux pouvoirs individuels, et le facteur de mérite doit s'écrire

$$Z = \frac{(e_p - e_n)^2}{\left[(\rho_p \lambda_p)^{\frac{1}{2}} + (\rho_n \lambda_n)^{\frac{1}{2}}\right]^2}.$$

Mais comme dans la plupart des cas, les caractéristiques des deux semi-conducteurs sont assez voisines, il suffit de considérer un facteur de mérite global $Z'$

$$Z' = \frac{e^2}{\rho\lambda}.$$

Ce facteur approximatif permet de pousser les calculs en les simplifiant considérablement et constitue un précieux critère pour choisir les matériaux à employer.

En partant de données de la physique des solides, H. J. Goldsmid a trouvé pour $Z'$ une expression contenant des paramètres tels que la mobilité $\mu$ et la masse effective $m^*$ des porteurs de charge, la conductivité thermique $\lambda$ et la distance du niveau de Fermi par rapport à l'un ou l'autre bord de la bande de conduction suivant que le semi-conducteur est de type $p$ ou $n$.

De cette relation, il a tiré une valeur optimum du pouvoir thermoélectrique d'environ 203 $\mu$V/° C. La présence d'impuretés peut amener à atteindre 250 à 300 $\mu$V/° C. Une fois cette valeur optimum fixée, $Z'$ prend la forme simplifiée

$$Z' = \mathrm{Cte}\left(\frac{\mu}{\lambda} m^{*\frac{3}{2}}\right).$$

Si donc $m^*$ est assez grand, on choisira des semi-conducteurs présentant un rapport élevé $\frac{\mu}{\lambda}$, et, d'une façon générale, ce dernier croît avec le poids atomique des éléments ou avec le poids atomique moyen s'il s'agit de composés. Il est donc raisonnable d'admettre que $Z'$ sera grand pour des matériaux de poids atomique élevé. Tel est le cas de InSb de poids atomique moyen 118, mais ce corps est peu intéressant, $m^*$ étant très faible. Le tellurure de bismuth $Bi_2Te_3$ ($p$ et $n$) qui constitue un des meilleurs matériaux actuels possède un poids atomique moyen de 160.

Même avec ce matériau, un des rares qu'on sache reproduire avec une certaine constance de caractéristiques, le facteur de mérite est généralement de $13.10^{-4}$ et $21.10^{-4}$ dans les cas favorables. Si l'on se reporte au réseau de courbes $\eta(Z)$ pour diverses températures, on voit que pour $T_2 - T_1 = 100°$ C, $\eta_M$ n'est que de 2 % environ, et que même pour une différence de température de 400° C (la soudure froide étant à 27° C), ce qui dépasse de loin les possibilités de tenue d'un tel matériau, le rendement oscille aux environs de 7 %. Par contre, cette dernière valeur peut être atteinte, et seulement pour une différence de 100° C, si $Z$ est d'environ $25.10^{-4}$, mais ce résultat est encore loin d'être atteint bien que beaucoup de laboratoires étudient activement de nouveaux matériaux.

## 2. ÉTUDE GÉNÉRALE DU FONCTIONNENENT D'UN THERMOCOUPLE.

### 2.1. Généralités.

Nous supposerons un thermocouple constitué de deux barreaux cubiques de dimension unité, de résistivité électrique $\rho$ et de conductivité thermique $\lambda$, de pouvoirs thermoélectriques opposés, mais égaux en valeur absolue à $e$. Dans la pratique, la valeur de ces trois paramètres n'est pas la même pour les deux barreaux, et varie généralement avec la température; mais nous nous limiterons, pour la commodité des calculs, à ce cas idéal, examinant plus loin dans quelle mesure on peut tenir compte de ces servitudes pratiques.

Le couple est fermé sur un circuit de résistance $r$, siège d'une force électromotrice $u$. Nous y fixerons un sens positif, celui des aiguilles d'une montre, sur la figure, par exemple; $u$ sera positive si elle tend à engendrer un courant dans ce sens; soit $I$ ce courant qui, positif, traverse le couple de l'élément $n$ vers l'élément $p$. Les jonctions des barreaux sont supposées parfaites (sans résistance); celles du bas sont dans une enceinte isotherme à la température absolue $T_1$, tandis que le pont supérieur est à une température absolue $T_2$; il échange avec son enceinte par unité de temps une énergie $q$, comptée positivement quand elle tend à l'échauffer, alors que les deux jonctions inférieures peuvent céder à leur enceinte une énergie $W$, comptée positivement quand

elle tend à les refroidir. Les faces latérales des barreaux sont supposées adiabatiques. Enfin, nous appellerons $w$ l'énergie électrique échangée avec le circuit, comptée positivement quand elle est cédée par le couple.

Remarquons que le choix de barreaux cubiques de volume unité confère aux différentes variables et fonctions objets de la suite de ces calculs une valeur très générale, liée uniquement aux trois paramètres thermoélectriques du couple, et instantanément applicable à un couple de dimensions quelconques. Pour ce faire, on détermine la « dimension caractéristique » de ce dernier

$$a = \frac{\mathfrak{A}}{l}, \tag{1}$$

quotient de l'aire de section d'un barreau à sa longueur (les deux barreaux sont supposés identiques). Alors, les énergies $q$, $W$ et $w$, l'intensité $I$ et la résistance $r$ sont à remplacer respectivement par $aq$, $aW$, $aw$, $aI$ et $\frac{r}{a}$ dans les formules.

## 2.2. Équations générales du système.

Un calcul simple [2] dont nous nous bornerons à exposer la conclusion, montre que la température d'équilibre dans un barreau latéralement adiabatique, traversé par un courant $I$ et soumis au seul effet Joule, suit une loi parabolique en fonction de l'abscisse longitudinale, de la forme

$$T = A + Bx - \frac{\rho I^2 x^2}{2\lambda}.$$

Dans le cas des deux barreaux considérés, les températures extrêmes étant $T_1$ et $T_2$, on a, en comptant positivement les abscisses du bas vers le haut de la figure 1,

$$T = T_1 + (T_1 - T_2)x + \frac{\rho I^2 x}{2\lambda} - \frac{\rho I^2 x^2}{2\lambda}, \tag{2}$$

et les gradients de température aux deux extrémités sont

$$\text{en } x = 0, \quad \left(\frac{dT}{dx}\right)_{T_1} = T_2 - T_1 + \frac{\rho I^2}{2\lambda}, \tag{3}$$

$$\text{en } x = 1, \quad \left(\frac{dT}{dx}\right)_{T_2} = T_2 - T_1 - \frac{\rho I^2}{2\lambda}. \tag{4}$$

[2] On écrit que le flux de chaleur est relié au gradient de température par $q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ et que, d'autre part, les sources de chaleur sont dues seulement à l'effet Joule, soit $\frac{dq}{dx} = \rho I^2$.

La température $T$ passe par un maximum lorsque

$$x = \frac{1}{2} + \frac{\lambda}{\rho I^2}(T_1 - T_2). \tag{5}$$

Si l'abscisse correspondante est comprise entre 0 et 1, ce maximum a une réalité physique, et il y a dans les barreaux une zone plus chaude que l'extrémité la plus chaude. La condition nécessaire et suffisante est que

$$|I^2| > \frac{2\lambda}{\rho}|T_1 - T_2|. \tag{6}$$

Nous verrons plus loin comment ce phénomène est exploité dans une variante de la méthode de

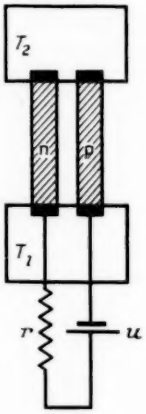


Fig. 1.

Kohlrausch pour déterminer le produit $\rho\lambda$ d'un échantillon inconnu.

Cela dit, faisons les bilans énergétiques sur les faces terminales des barreaux. Sur les faces à température $T_1$, il y a lieu de considérer l'énergie Peltier et la chaleur apportée par conduction à travers les deux barreaux

$$\begin{aligned} W &= 2eT_1 I + 2\lambda\left(\frac{dT}{dx}\right)_{T_1} \\ &= 2eT_1 I + 2\lambda(T_2 - T_1) + \rho I^2. \end{aligned} \tag{7}$$

Un raisonnement analogue sur les faces à température $T_2$ conduit à

$$\begin{aligned} q &= 2eT_2 I + 2\lambda\left(\frac{dT}{dx}\right)_{T_2} \\ &= 2eT_2 I + 2\lambda(T_2 - T_1) - \rho I^2. \end{aligned} \tag{8}$$

On voit incidemment que la chaleur de Joule dans le couple se répartit par moitié entre les deux jonctions.

L'énergie électrique fournie par le couple a pour

expression

$$w = 2I[e(T_2 - T_1) - \rho I]. \tag{9}$$

Naturellement,

$$W = q - w. \tag{10}$$

Enfin, l'application de la loi d'Ohm à l'ensemble donne

$$u + 2e(T_2 - T_1) = (2\rho + r)I. \tag{11}$$

Dans tous les problèmes qui seront abordés à propos du couple thermoélectrique en utilisant les équations de base précédentes, on verra intervenir simultanément l'effet Seebeck, l'effet Peltier et l'effet Joule; aussi, *toute cloison étanche entre un couple utilisé en effet Peltier et un couple utilisé en effet Seebeck serait illusoire.* Toutefois, dans un but de clarté, nous conviendrons de dire que le couple travaille en effet Peltier quand

$$w < 0$$

et qu'il fonctionne en effet Seebeck (générateur de courant) quand

$$w > 0.$$

### 2.3. **Détermination de $T_2$.**

Supposons $T_1$ imposée comme référence et calculons $T_2$.

De l'équation (8) on tire directement

$$T_2 = \frac{\rho I^2 + 2\lambda T_1 + q}{2(\lambda + eI)} \tag{12}$$

ou encore

$$T_2 - T_1 = \frac{\rho I^2 - 2eT_1 I + q}{2(\lambda + eI)}. \tag{13}$$

Ces équations sont utilisées couramment en effet Peltier.

La courbe $(T_2, I)$ présente essentiellement une asymptote verticale d'abscisse $-\frac{\lambda}{e}$ et un minimum. Seules les valeurs de $I$ supérieures à $-\frac{\lambda}{e}$, *intensité dite d'emballement*, $I_2$, ont un sens physique, en fournissant des valeurs positives de $T_2$, qui tend vers l'infini quand $I$ tend vers $I_2$ par valeurs supérieures. Lorsque $I$ tend vers l'infini, la courbe présente une autre asymptote, d'équation

$$T_2 = \frac{\rho I}{2e} - \frac{\rho\lambda}{2e^2}. \tag{14}$$

Le minimum, qui offre un grand intérêt pratique quand il est inférieur à $T_1$ — le couple fonctionne alors en *réfrigérateur* — est déterminé par

$$I_m = \sqrt{\frac{\lambda^2}{e^2} + \frac{q + 2\lambda T_1}{\rho}} - \frac{\lambda}{e}. \tag{15}$$

La courbe coupe l'horizontale $T = T_1$ en deux points d'abscisses, $I_1$ et $I_2$, qui délimitent le *domaine de réfrigération*, et qui sont définis par l'équation

$$I = \frac{eT_1 \pm \sqrt{e^2 T_1^2 - \rho q}}{\rho}. \tag{16}$$

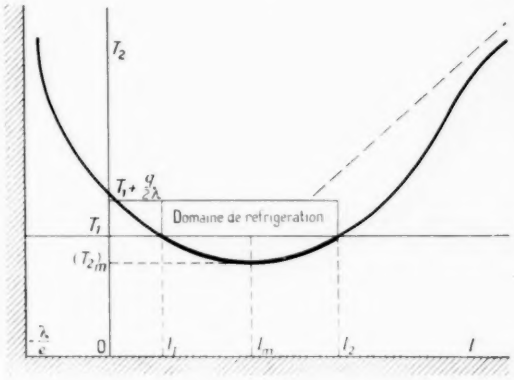


Fig. 2.

Ce domaine existe si

$$e^2 T_1^2 - \rho q \geq 0$$

ou

$$q \leq \frac{e^2 T_1^2}{\rho}. \tag{17}$$

Cette inéquation définit la *charge thermique limite*, au-delà de laquelle la réfrigération devient impossible. Cette charge est indépendante de la conductivité thermique du couple.

Le minimum de $T_2$ est

$$(T_2)_m = \sqrt{\frac{\rho^2\lambda^2}{e^4} + \frac{\rho}{e^2}(q + 2\lambda T_1)} - \frac{\rho\lambda}{e^2}. \tag{18}$$

Il est intéressant de remarquer que, si $q = 0$, cette expression ne dépend que de

$$Z = \frac{e^2}{\rho\lambda}, \tag{19}$$

appelé *facteur de qualité* du couple :

$$[(T_2)_m]_{q=0} = \frac{\sqrt{1 + 2T_1 Z} - 1}{Z}. \tag{20}$$

La figure 3 montre la décroissance régulière

avec $Z$ de $[(T_2)_m]_{q=0}$ qui tend asymptotiquement vers zéro.

La figure 4 montre sa croissance régulière avec $T_1$, la pente à l'origine étant égale à l'unité.

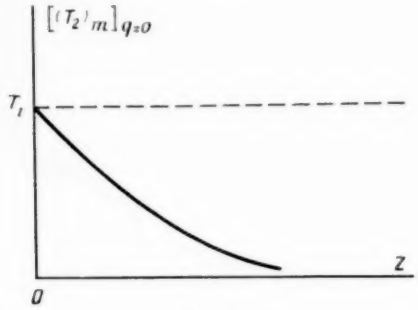


Fig. 3.

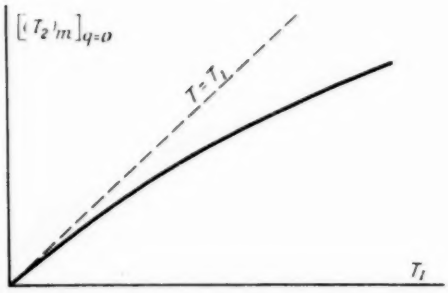


Fig. 4.

Ainsi, pratiquement, l'effet Peltier est fonction croissante de $Z$ et de $T_1$.

Si l'on s'intéresse le plus souvent à la portion de courbe située dans le domaine de réfrigération, il peut être également intéressant de considérer d'autres domaines; s'il est toujours possible d'obtenir une élévation de température par effet Joule, l'effet Peltier permet, sous certaines conditions, d'arriver au même résultat, parfois au prix d'une moindre dépense d'énergie : le couple fonctionne en *pompe de chaleur*. Le côté énergétique de la question sera évoqué plus loin.

## 2.4. Détermination de la tension aux bornes du couple.

La tension aux bornes du couple est donnée simplement par la loi d'Ohm

$$v = 2\rho I - 2e(T_2 - T_1)$$

ou

$$v = 2\rho I + e\frac{2eT_1 I - \rho I^2 - q}{\lambda + eI}. \tag{21}$$

La courbe coupe la droite $v = 2\rho I$ en deux points d'abscisses $I_1$ et $I_2$, s'ils existent [*cf.* (17)].

Il est du plus haut intérêt de constater que, lorsque $I = I_m$, c'est-à-dire lors du minimum de $T_2$, $v$ prend, quel que soit $q$, l'expression très simple

$$v = 2eT_1. \tag{22}$$

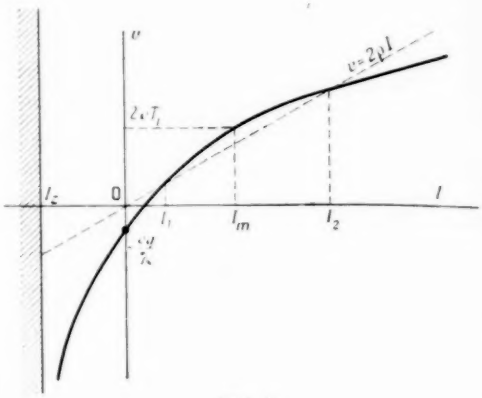


Fig. 5.

## 2.5. Variations de l'énergie $q$.

L'équation (8) nous a déjà donné l'expression de l'énergie calorifique absorbée $q$, soit

$$q = 2eT_2 I + 2\lambda(T_2 - T_1) - \rho I^2;$$

$q$ suit une loi parabolique, et passe par un maximum

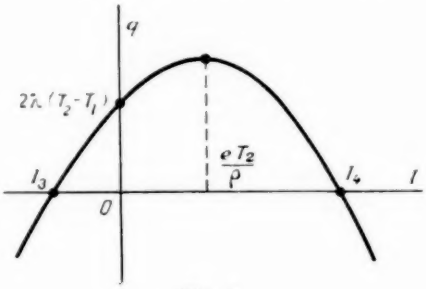


Fig. 6.

$$q_m = \frac{e^2 T_2^2}{\rho} + 2\lambda(T_2 - T_1) \tag{23}$$

lorsque

$$I = \frac{eT_2}{\rho}. \tag{24}$$

Ce maximum est positif quand

$$Z \geq 2\frac{T_1 - T_2}{T_2^2}, \tag{25}$$

ce qui signifie que, si le couple doit absorber de l'énergie en produisant un refroidissement ($T_2 < T_1$), son facteur de qualité $Z$ doit être supérieur à la limite indiquée; naturellement, si $T_2 > T_1$, la condition est toujours remplie, et la courbe coupe l'axe vertical en un point d'ordonnée positive $q = 2\lambda(T_2 - T_1)$.

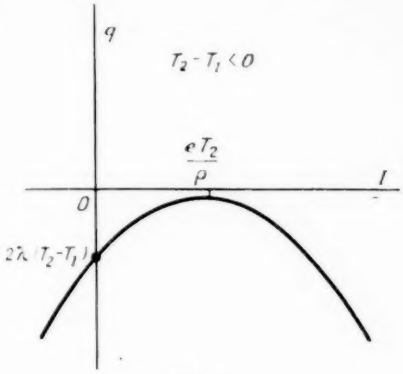


Fig. 7.

Les abscisses des points $I_3$ et $I_4$ d'annulation de $q$ sont données par

$$(26) \qquad I = \frac{eT_2 \pm \sqrt{e^2 T_2^2 + 2\rho\lambda(T_2 - T_1)}}{\rho};$$

elles sont toujours supérieures à $I_\varepsilon = -\frac{\lambda}{e}$.

## 2.6. Variations de l'énergie électrique $w$.

L'énergie électrique fournie par le couple est donnée par l'équation (9)

$$(9) \qquad w = 2I[e(T_2 - T_1) - \rho I].$$

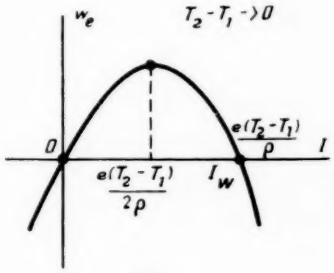


Fig. 8.

Elle suit aussi une loi parabolique, la position de la courbe par rapport à l'axe vertical étant déterminée par le signe de $T_2 - T_1$.

Le maximum a lieu pour

$$(27) \qquad I = \frac{e(T_2 - T_1)}{2\rho}$$

et a pour expression

$$(28) \qquad w_m = \frac{e^2(T_2 - T_1)^2}{2\rho}.$$

On remarquera que le couple fournit son maximum d'énergie lorsqu'il travaille sous une tension égale à la moitié de sa force électromotrice, selon une loi classique; mais nous serons amenés à constater que ces conditions ne correspondent pas à un rendement maximum.

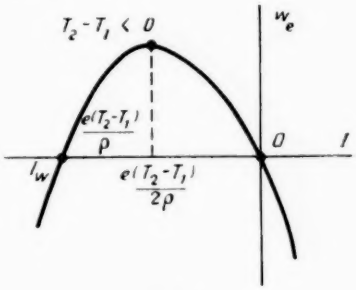


Fig. 9.

Reprenant les définitions du paragraphe 2, nous dirons que le couple travaille en effet Seebeck (générateur de courant) quand $I$ a une valeur intérieure à l'intervalle $[0, e(T_2 - T_1)/\rho]$, et qu'il travaille en effet Peltier quand cette valeur est extérieure.

Or, le domaine des intensités négatives est limité inférieurement par $I_\varepsilon$. Examinons si, lorsque $T_2 - T_1 < 0$, le domaine positif de la courbe $(w, I)$ est limité ou non à $I_\varepsilon$, soit

$$(29) \qquad \frac{e(T_2 - T_1)}{\rho} > -\frac{\lambda}{e},$$

cela équivaut à

$$(30) \qquad T_1 - T_2 < \frac{1}{Z},$$

à cette condition, $I_\varepsilon$ est inférieure à $\frac{e(T_2 - T_1)}{\rho}$.

## 2.7. Variations de l'énergie évacuée $W$.

L'énergie évacuée $W$ ne présente pas un intérêt pratique majeur en elle-même, néanmoins, nous estimerions cette étude incomplète si nous négligions d'examiner la courbe $(W, I)$, utile dans la suite.

Rappelons que

$$W = 2eT_1 I + 2\lambda(T_2 - T_1) + \rho I^2.$$

La parabole représentative tourne sa concavité vers le haut; son minimum a pour abscisse $-\frac{eT_1}{\rho}$, et pour expression

$$W_m = 2\lambda(T_2 - T_1) - \frac{e^2 T_1^2}{\rho}. \tag{31}$$

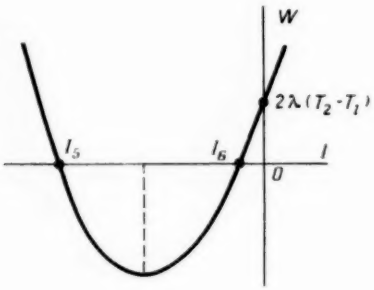


Fig. 10.

Cette valeur est négative si

$$Z > 2\frac{T_2 - T_1}{T_1^2}; \tag{32}$$

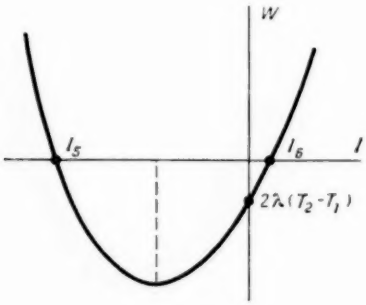


Fig. 11.

dans ce cas, la courbe coupe l'axe des intensités en deux points $I_5$ et $I_6$ définis par

$$I = \frac{-eT_1 \pm \sqrt{e^2 T_1^2 - 2\rho\lambda(T_2 - T_1)}}{\rho}. \tag{33}$$

Examinons encore la position des points $I_5$ et $I_6$ par rapport à $I_z$. Si

$$\frac{1}{Z} - 4T_1 + 2T_2 > 0, \tag{34}$$

le point $I_6$ est dans la zone utile, tandis que $I_5$ est rejeté au-delà de $I_z$.

Si

$$\frac{1}{Z} - 4T_1 + 2T_2 < 0, \tag{35}$$

le point $I_z$ est extérieur à la zone $(I_5, I_6)$, quand elle existe; il est situé au-delà de $I_5$ si $Z < \frac{1}{2T_1}$.

## 2.8. **Notion de régions de fonctionnement.**

Nous avons rencontré, au cours de l'étude des courbes $(q, I)$, $(w, I)$ et $(W, I)$, différentes conditions dont dépendait leur allure; ces conditions se

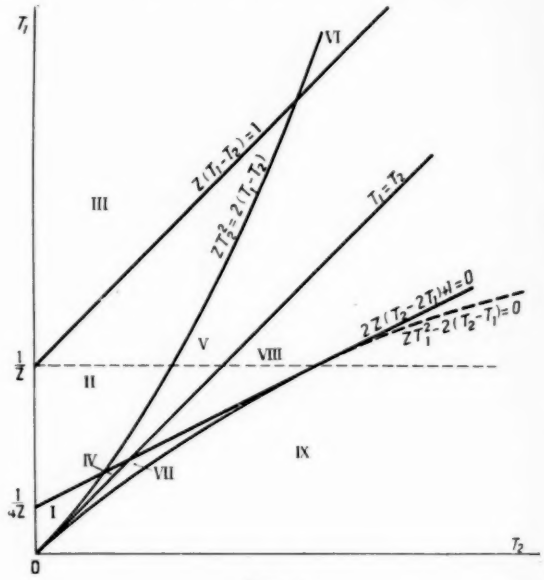


Fig. 12.

sont présentées sous forme d'inégalités mettant en jeu les paramètres $T_1$, $T_2$ et $Z$.

Aussi vient-il à l'idée de définir dans un plan rapporté à deux axes $T_1$ et $T_2$, différentes régions caractérisées chacune par un mode d'échanges énergétiques particulier entre le couple, le circuit et les enceintes isothermes.

Ces régions sont délimitées par les courbes $(T_1, T_2)$ le long desquelles les expressions critiques suivantes changent de signe :

$$Z(T_1 - T_2) - 1, \quad ZT_1^2 - 2(T_1 - T_2), \quad T_1 - T_2,$$
$$2Z(T_2 - 2T_1) + 1, \quad ZT_2^2 - 2(T_1 - T_2), \quad ZT_1 - 1.$$

Il est remarquable que ce diagramme, par *simple similitude*, soit applicable, tel quel, à *n'importe quel couple thermoélectrique*; le rapport de similitude dépend seulement de $Z$. Il s'introduit ainsi, pour l'analyse d'un couple, *une unité de température égale à* $\frac{1}{Z}$, moyennant quoi le *diagramme régional* est un *invariant*.

Le tableau suivant donne les signes des expressions précédentes suivant les régions :

| Régions | $ZT_2^2-2(T_1-T_2)$ | $2\lambda(T_1-T_2)+1$ | $T_1-T_2$ | $1+2z(T_2-2T_1)$ | $ZT_1^2-2(T_2-T_1)$ | $ZT_1-1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I | − | − | + | + | + | |
| II | − | − | + | − | + | |
| III | − | + | + | − | + | |
| IV | + | − | + | + | + | |
| V | + | − | + | − | + | |
| VI | + | + | + | − | + | |
| VII | + | − | − | + | + | − |
| VIII | + | − | − | − | + | |
| IX | + | − | − | + | | |

*N. B.* — Les points indiquent les annulations avec changement de signe.

Une fois ces différentes régions délimitées, nous pouvons poursuivre l'étude des *rendements*, étroitement liés au diagramme régional.

## 2.9. Notion de rendement.

D'une manière très générale, un rendement, en thermodynamique, se définit comme un rapport de deux énergies toujours inférieur à l'unité.

En thermoélectricité, on sera amené à appeler « rendement », soit un certain rapport d'énergies, soit ce même rapport inversé, suivant le point de vue où l'on se place et le but qu'on cherche à obtenir. Aussi lorsque l'un des deux est inférieur à l'unité, l'autre lui est forcément supérieur, notion qui peut choquer au premier abord.

En effet Seebeck, le rendement $\eta_s$ sera le rapport de l'énergie électrique délivrée par le couple à l'énergie calorifique dépensée pour l'obtenir,

$$\eta_s = \frac{w}{q}. \tag{36}$$

En effet Peltier, le rendement $\eta_p$ sera le rapport de l'énergie calorifique absorbée $q$ à l'énergie électrique dépensée dans ce but

$$\eta_p = \frac{q}{w} = \frac{1}{\eta_s}. \tag{37}$$

En conséquence, la courbe représentative des variations de $\eta_p$ se déduit immédiatement de celle de $\eta_s$.

## 2.10. Détermination des courbes de rendements isothermes.

Quelle que soit la région considérée, la courbe $(\eta_s, I)$ coupe l'axe des abscisses en deux points O et $I_w$ et possède une asymptote horizontale $\eta_s = 2$. La courbe $(\eta_p, I)$ possède deux asymptotes verticales lorsque $I = 0$ et $I = I_w$, et une asymptote horizontale $\eta_p = \frac{1}{2}$.

Le signe de $\frac{d\eta_s}{dI}$ est celui de

$$y' = -\rho e I^2 (T_2 + T_1) - 4\rho\lambda (T_2 - T_1) I + 2\lambda e (T_2 - T_1)^2. \tag{38}$$

$y'$ a toujours deux racines données par

$$I = \frac{2\lambda(T_2 - T_1)}{e(T_2 + T_1)} \left[ -1 \pm \sqrt{1 + Z\frac{T_2 + T_1}{2}} \right]. \tag{39}$$

Les courbes suivantes donnent l'aspect des différentes courbes $(\eta, I)$ suivant les régions, ainsi que les aspects correspondants des courbes $(W, I)$.

Les zones d'utilisation dites « intéressantes » sont celles où un simple conducteur thermique passif ne pourrait assurer l'échange thermique correspondant sans dépense d'énergie électrique. Par exemple, une zone où $T_2 > T_1$, $q > 0$, $w < 0$ est sans intérêt, car un conducteur passif pourrait toujours, convenablement calculé, évacuer la quantité de chaleur $q$ de la source $T_2$ vers la source $T_1$, cela sans dépense d'énergie électrique.

*Régions I, II.* — La *zone d'utilisation intéressante* est comprise entre $I_w$ et 0, en *effet Seebeck* (générateur de courant à polarité inversée) en refroidissant le pont supérieur du couple.

Lorsque $I = I_s$, abscisse donnée par la racine négative de (38), *le rendement est optimum*. Pour cela, le circuit extérieur doit vérifier la condition

$$2\rho I_s + r I_s = u + 2e(T_2 - T_1), \tag{40}$$

relation très importante commandant *l'utilisation optimale d'un générateur thermoélectrique pour toute application.*

Si le circuit extérieur est passif, nous allons déterminer la condition que doit remplir $r$, en faisant $u = 0$ dans (40), soit

$$r_s = 2\rho\sqrt{1 + Z\frac{T_1 + T_2}{2}}. \tag{41}$$

Il est curieux de constater que $r_s$ diffère de $2\rho$, résistance interne du couple, n'obéissant pas ainsi à la loi classique de l'adaptation des impédances;

l'écart croît avec $Z$ et avec la température moyenne du thermocouple.

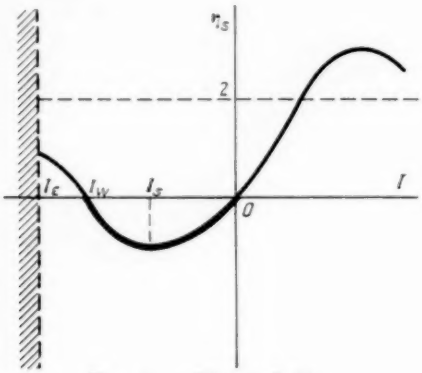


Fig. 13. — Régions I, II.

Lorsque $I = I_s$, $\eta_u$ prend la forme

$$(42) \qquad (\eta_u)_W = \frac{e(T_2 - T_1) - 2\rho I_s}{eT_2 - \rho I_s},$$

soit encore

$$(43) \quad (\eta_u)_W = (T_2 - T_1)\frac{\left\{\begin{array}{l} Z(T_2+T_1) \\ -4\left(\sqrt{1+Z\frac{T_1+Z_2}{2}}-1\right)\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l} Z(T_2+T_1)\,T_2 - 2(T_2-T_1) \\ \times\left(\sqrt{1+Z\frac{T_1+T_2}{2}}-1\right)\end{array}\right\}}.$$

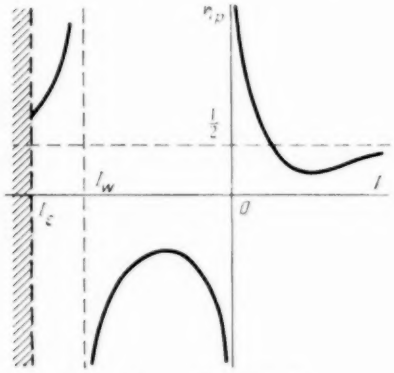


Fig. 14. — Régions I, II.

Cette expression un peu compliquée donne la valeur du *rendement optimum d'un thermocouple générateur*. On remarquera que, lorsque $Z \to \infty$, c'est-à-dire quand le couple tend à devenir un transformateur idéal d'énergie, $(\eta_u)_W$ tend vers

$$\eta_c = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

c'est-à-dire le rendement du cycle de Carnot.

L'expression étant très lourde, on peut se contenter dans beaucoup de cas, lorsque $Z$ est faible, d'une *expression approchée de* $(\eta_u)_W$, en posant que le radical est sensiblement égal à

$$1 + \frac{Z}{4}(T_1 + T_2) - \frac{Z^2}{32}(T_1 + T_2)^2;$$

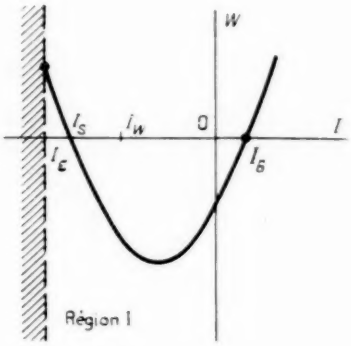


Fig. 15.

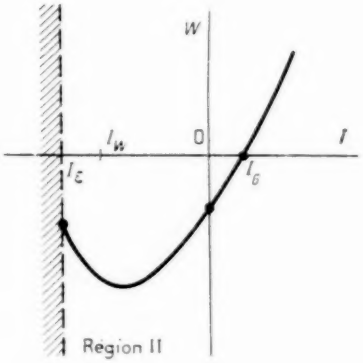


Fig. 16.

cela conduit à

$$(44) \qquad (\eta_u)_W \simeq \frac{T_2 - T_1}{\frac{T_2 - T_1}{2} + \frac{4}{Z}}.$$

Enfin, on a une *très grossière approximation* en écrivant

$$(45) \qquad (\eta_u)_W \simeq Z\frac{T_2 - T_1}{4}.$$

Remarquons que, dans la zone d'utilisation en effet Seebeck inversé, $W$ reste négative.

*Région III.* — Dans la région III, nous retrouvons les mêmes aspects pour les courbes $(\eta_u, I)$, $(\eta_p, I)$ et $(W, I)$, sinon que la limite inférieure $I_s$ coupe les deux premières courbes en un point tel que

$I_z > I_w$. Les considérations développées sur $\eta_s$ restent valables dans la mesure où $I_s > I_z$, ce qui est réalisé si

$$(46) \qquad 2(T_1 - T_2)\left(\sqrt{1 + Z\frac{T_1 + T_2}{2}} - 1\right) < 1.$$

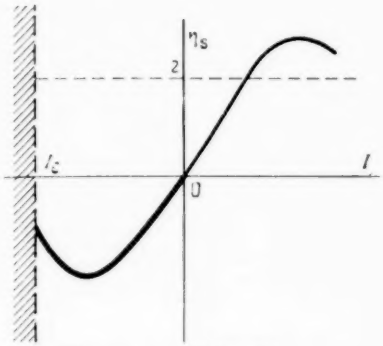


Fig. 17. — Région III.

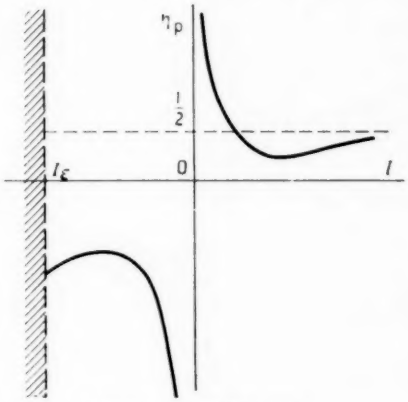


Fig. 18. — Région III.

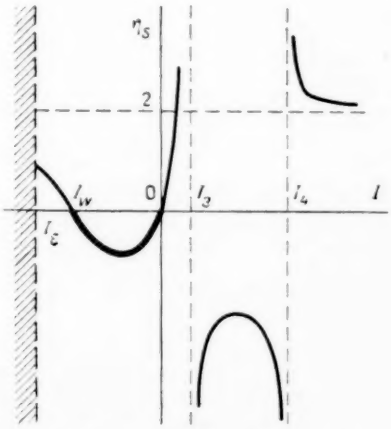


Fig. 19. — Régions IV, V.

*Régions IV, V.* — Il y a deux *zones d'utilisation intéressantes* :

— la première, comprise entre $I_w$ et 0, en *effet Seebeck inversé*;

— la seconde, comprise entre $I_3$ et $I_4$, en *réfrigération Peltier*, pourvu que la condition de réfrigération (17) soit remplie.

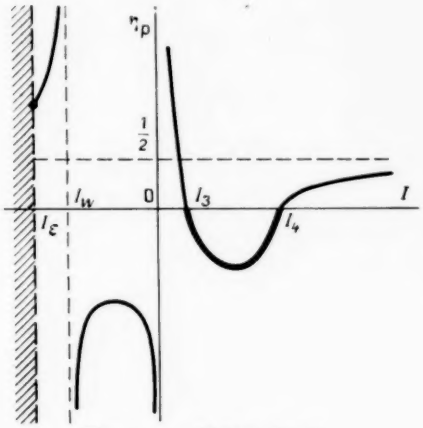


Fig. 20. — Régions IV, V.

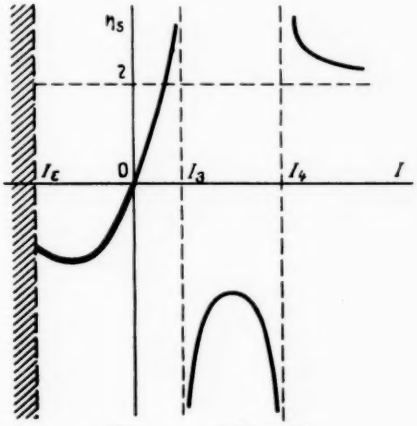


Fig. 21. — Région VI.

Les *rendements optimum* correspondent à des intensités données respectivement par les deux racines de (38).

L'allure de la courbe $(W, I)$ dans la région IV est la même que dans la région I; même remarque pour les régions V et II.

*Région VI.* — Les courbes de rendement de la région VI sont celles des deux régions précédentes, mais amputées d'une certaine portion à gauche du

fait que $I_2 > I_w$. Là encore il y a une *zone d'utilisation* possible en *effet Seebeck inversé* et une en *réfrigération Peltier*, la première amputée comme on vient de le voir.

Même courbe $(W, I)$ que précédemment.

*Région VII.* — Cette région offre un tout nouvel aspect des courbes, caractérisé par deux *zones d'utilisation* possible en *chauffage Peltier* et une *en effet Seebeck direct*, qui correspond aux conditions de fonctionnement les plus classiques des thermocouples générateurs.

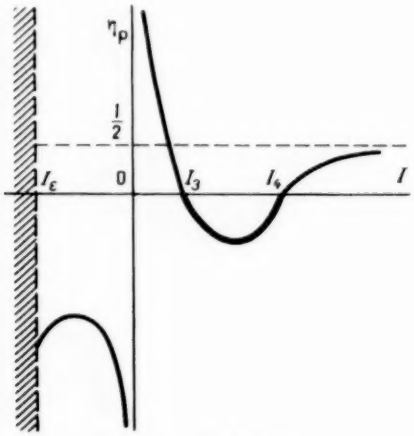


Fig. 22. — Région VI.

Dans cette dernière zone, les formules déjà données pour le rendement $\eta_c$ maximum sont toujours valables.

Pour les valeurs de $I$ inférieures à $I_3$ et celles supérieures à $I_4$ le couple reçoit de l'énergie électrique et en transfert à la source chaude; cette *pompe de chaleur* est intéressante dans la mesure où $\eta_{cp} > 1$, alors le système est meilleur que l'effet Joule. Remarquons tout de suite que la deuxième zone, qui offre une courbe toujours placée sous l'asymptote $\eta_{cp} = \frac{1}{2}$, ne peut jamais remplir la condition. Par contre, certains points de la première zone peuvent dépasser l'asymptote, et même la valeur 1. La courbe $(\eta_{cp}, I)$ peut franchir ce seuil si l'équation

$$\rho I^2 + 2eT_1 I + 2\lambda(T_2 - T_1) = 0 \tag{47}$$

a des racines, c'est-à-dire si $W \leq 0$.

La position des points $I_5$ et $I_6$, discutée au paragraphe 2.6, dépend, rappelons-le, du signe des expressions $(1 + 2Z(T_2 - 2T_1))$, $(ZT_1 - 1)$ et $(ZT_1^2 - 2(T_2 - T_1))$, celui de cette dernière conditionnant l'existence même de ces points. Dans la région VII actuellement considérée, toute la zone $(I_5, I_6)$ se trouve dans le domaine utile $(> I_2)$.

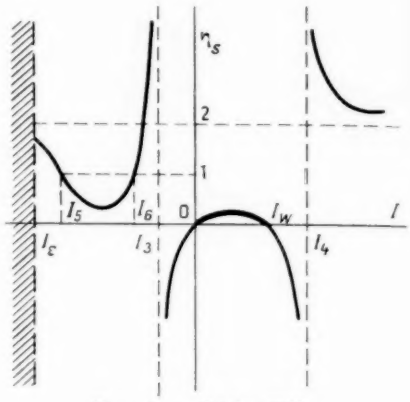


Fig. 23. — Région VII.

On notera incidemment que le *maximum du rendement du chauffage Peltier est donné en faisant*

$$I = \frac{2\lambda(T_1 - T_2)}{e(T_1 + T_2)}\left(1 + \sqrt{1 + Z\frac{T_1 + T_2}{2}}\right) \tag{48}$$

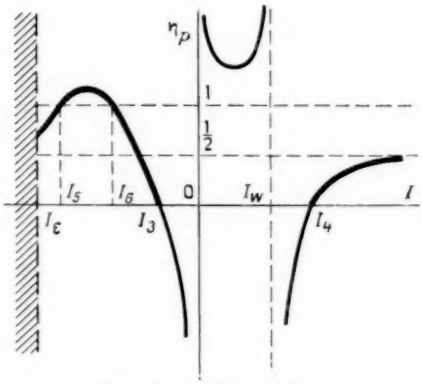


Fig. 24. — Région VII.

dans (42), ce qui donne, compte tenu de (37),

$$(\eta_{cp})_M = \frac{\left\{ ZT_2(T_1 + T_2) + 2(T_2 - T_1)\left(\sqrt{1 + Z\frac{T_1 + T_2}{2}} + 1\right) \right\}}{\left\{ (T_2 - T_1)\left[ Z(T_1 + T_2) + 4\left(\sqrt{1 + Z\frac{T_1 + T_2}{2}} + 1\right) \right] \right\}}. \tag{49}$$

L'allure de la courbe $(W, I)$ se déduit immédiatement des considérations précédentes; dans tout le domaine où $W < 0$, $W$ représente l'énergie

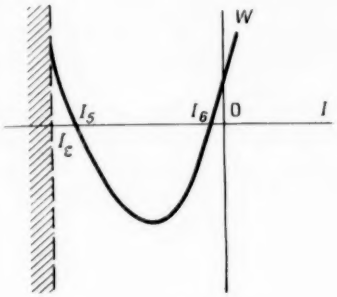


Fig. 25. — Région VII.

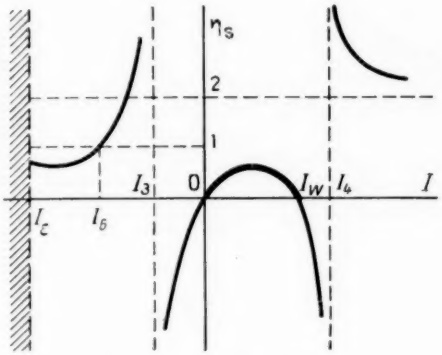


Fig. 26. — Région VIII.

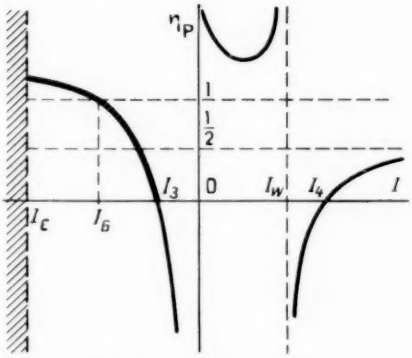


Fig. 27. — Région VIII.

« pompée » par le couple à la température $T_1$ pour la restituer à la température $T_2$, augmentée de la chaleur de Joule.

*Région VIII.* — Les courbes sont analogues aux précédentes, à cela près que le point $I_5$ est rejeté au-delà de $I_\varepsilon$ ce qui tronque la partie utile de la zone à pompage de chaleur.

*Région IX.* — Dans la dernière région, les

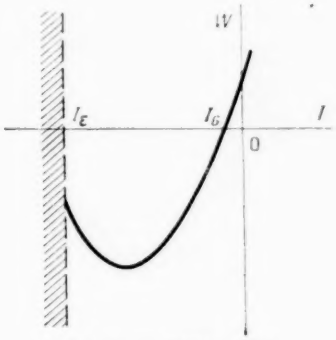


Fig. 28. — Région VIII.

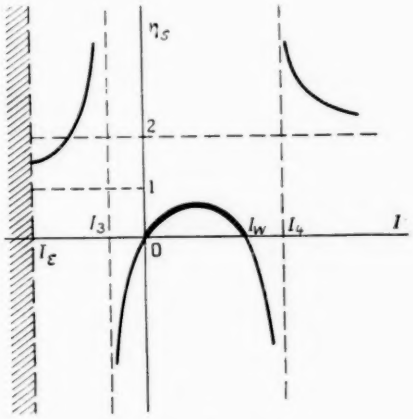


Fig. 29. — Région IX.

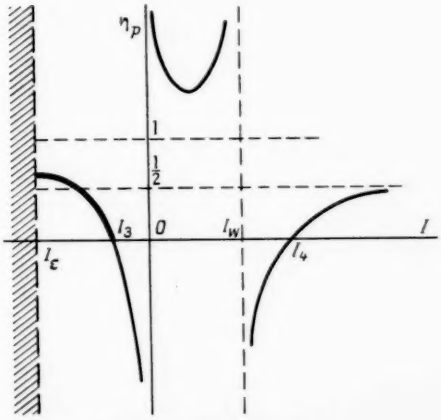


Fig. 30. — Région IX.

courbes $(\eta, I)$ ne coupent plus la droite $(\eta = 1)$, ce qui ôte son intérêt au chauffage Peltier; mais les conclusions déjà développées sur *l'utilisation en effet Seebeck* sont encore valables.

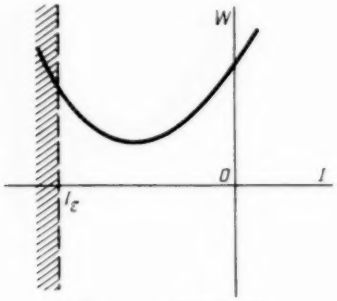


Fig. 31. — Région IX.

On pourrait encore distinguer les cas où le maximum du rendement en pompe de chaleur est en deçà ou au-delà de $I_\varepsilon$, mais, comme de toute façon, ce maximum est inférieur à 1, il ne présente pas d'intérêt.

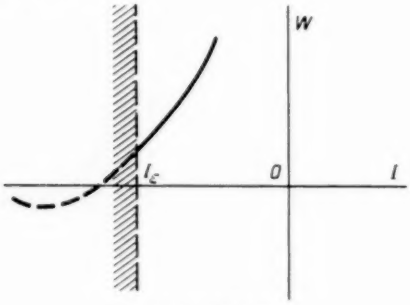


Fig. 32. — Région IX.

L'étude des courbes de rendements isothermes d'un couple a mis en lumière les *quatre modes principaux de fonctionnement* qui dépendent de la position du point figuratif $(T_1, T_2)$ dans le plan du diagramme régional, à savoir :

— Générateur de courant par apport de chaleur (effet Seebeck direct), possible dans les régions VII, VIII et IX;

— Générateur de courant par réfrigération (effet Seebeck inverse), possible dans les régions I, II, III, IV, V et VI; peu utilisé en pratique;

— Réfrigération par apport d'énergie électrique (effet Peltier direct), possible dans les régions IV, V et VI;

— Chauffage par apport d'énergie électrique (effet Peltier inverse) possible dans les régions VII, VIII et IX, mais seulement plus intéressant que l'effet Joule dans les régions VII et VIII.

Dans la suite de cet exposé, nous examinerons plus à fond les modes de fonctionnement offrant un intérêt pratique.

## 2.11. Rendement du thermocouple générateur.

L'expression (43) du rendement optimal d'un générateur thermoélectrique travaillant sur un circuit

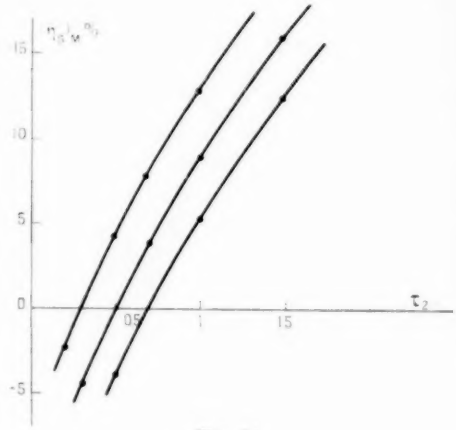


Fig. 33.

convenablement adapté dépend des trois paramètres $Z$, $T_1$ et $T_2$. Pour la commodité, et pour nous ramener à une seule variable, nous utiliserons *l'unité rationnelle de température* $\frac{1}{Z}$ pour exprimer $T_1$ et $T_2$, qui deviendront ainsi respectivement $\frac{\tau_1}{Z}$ et $\frac{\tau_2}{Z}$. Le rendement prend alors la forme (50), où ne figure plus $Z$, forme applicable à *un couple quelconque*

$$(50)\quad (\eta_G)_M = (\tau_2 - \tau_1)\,\frac{\tau_1 + \tau_2 - 4\left(\sqrt{1 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}} - 1\right)}{\left\{\begin{array}{l}\tau_2(\tau_1 + \tau_2)\\ \quad - 2(\tau_2 - \tau_1)\left(\sqrt{1 + \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}} - 1\right)\end{array}\right\}}.$$

Le diagramme 33 constitue une abaque de calcul des rendements; la courbe à choisir est celle qui coupe l'axe $(\eta_G)_M = 0$ à la température $\tau_1$ de référence.

Pour fixer les idées, si la température de référence $T_1$ est de 300° K, $\tau_1 = 0{,}3$ correspond à un facteur $Z = 10^{-3}\,\text{deg}^{-1}$, $\tau_1 = 0{,}5$ à $Z = 167 \cdot 10^{-5}\,\text{deg}^{-1}$

et $\tau_1 = 0{,}7$ à $Z = 233.10^{-5}\,\text{deg}^{-1}$, facteurs de qualité plausibles pour des couples à semi-conducteurs.

## 2.12. Réfrigération et chauffage Peltier.

Les formules déjà données (12) et (13) fournissent les écarts de température qu'on peut obtenir par effet Peltier direct ou inversé. Dans le but, toujours poursuivi au cours de cet exposé, de généraliser au maximum et de fournir des résultats universels applicables à un couple quelconque, nous allons transformer ces formules.

Remarquons tout d'abord que la valeur des énergies $q$ et $w$ mises en jeu dans un couple donné en vue d'obtenir un résultat donné est essentiellement relative à la conductivité thermique de ce couple, $\lambda$. Si nous exprimons déjà ces énergies en fonction de $\frac{1}{\lambda}$, les valeurs $\frac{q}{\lambda}$ et $\frac{w}{\lambda}$ seront homogènes à des températures; si, de plus, nous exprimons ces températures en unités rationnelles, il ne restera que des nombres sans dimensions, que nous appellerons *énergies spécifiques en unités rationnelles*

$$\xi = \frac{Zq}{\lambda} \tag{51}$$

et

$$\zeta = \frac{Zw}{\lambda}. \tag{52}$$

D'autre part, l'intensité spécifique $I$, qui a servi de variable dans les problèmes jusqu'à présent considérés, sera rapportée au pouvoir $e$ à la conductivité $\lambda$ par la relation

$$\mathcal{J} = \frac{eI}{\lambda} \tag{53}$$

qui fournit une *intensité en unité rationnelle*.

Moyennant ces conventions, la formule de base de l'effet Peltier (12) devient

$$\tau_2 = \frac{\mathcal{J}^2 + 2\tau_1 + \xi}{2(\mathcal{J}+1)}. \tag{54}$$

L'abaissement de température maximal est tel que

$$(\tau_2)_m = \sqrt{1 + 2\tau_1 + \xi} - 1, \tag{55}$$

obtenu pour

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_m = \sqrt{1 + 2\tau + \xi} - 1. \tag{56}$$

Il est curieux de constater que

$$\mathcal{J}_m = (\tau_2)_m, \tag{57}$$

ce qui signifie que, lorsque la charge thermique $\xi$ varie, le lieu des minimums de $\tau_2$ est une droite passant par l'origine dans le plan $(O\tau_2, O\mathcal{J})$.

La condition de réfrigération devient simplement

$$\xi \leq \tau_1^2. \tag{58}$$

La limite inférieure de $\mathcal{J}$ est

$$\mathcal{J}_2 = -1. \tag{59}$$

Ainsi, par exemple, à partir d'une température de référence $T_1$ de 300° K, devenant $\tau_1 = 0{,}3$ en

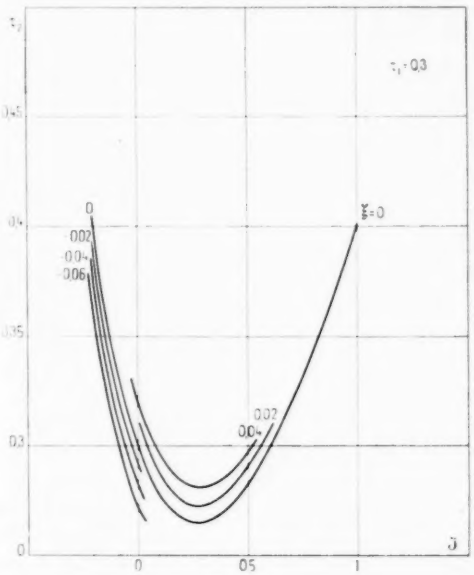


Fig. 34.

unité rationnelle pour $Z = 10^{-1}\,\text{deg}^{-3}$, $|(\tau_2)_m|_{\xi=0} = 0{,}264$, soit $T_2 = 264°$ K (abaissement de 36°); si le facteur de qualité du couple vaut $2.10^{-3}\,\text{deg}^{-1}$, $\tau_1 = 0{,}6$, $|(\tau_2)_m|_{\xi=0} = 0{,}48$, soit $T_2 = 242°$ K (abaissement de 58°). Mais, à 150° K de référence, ce dernier couple donne, comme le premier à 300° K, $\tau_1 = 0{,}3$, $|(\tau_2)_m|_{\xi=0} = 0{,}26$, soit $T_2 = 132°$ K, l'abaissement n'est plus que de 18°. On voit donc que l'effet Peltier perd rapidement son intérêt dans le domaine des très basses températures.

Les figures 34, 35, 36 ont été tracées pour trois valeurs de $\tau_1$ : 0, 3, 0,5 et 0,7; dans chacune, la courbe $(\tau_2, \mathcal{J})$ figure pour différentes valeurs de la charge thermique $\xi$. Les portions de courbes situées à gauche de l'origine sont utilisables pour le chauffage Peltier, les autres, pour la réfrigération, pourvu que $\tau_2 < \tau_1$.

L'une des données les plus intéressantes étant le

rendement $\eta_p$, nous allons étudier les variations de cette quantité avec la température $\tau_2$, pour différentes valeurs de la charge thermique.

$$\eta_p = \frac{\xi}{\zeta} = \frac{\xi}{2(\tau_2 - \tau_1)\vartheta - 2\vartheta^2}. \tag{60}$$

Pour chaque valeur de $\xi$, il y a, lorsqu'elles existent,

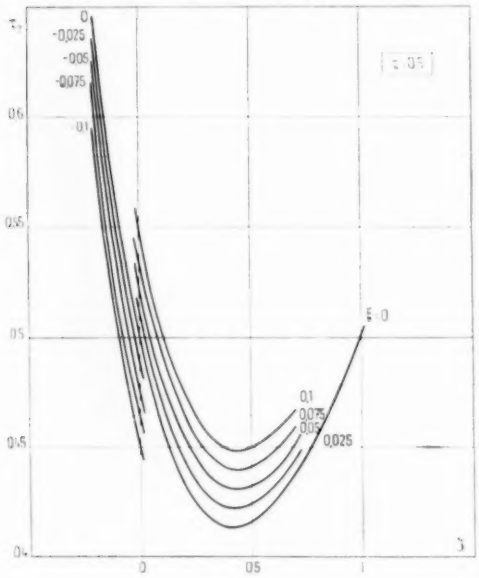


Fig. 35.

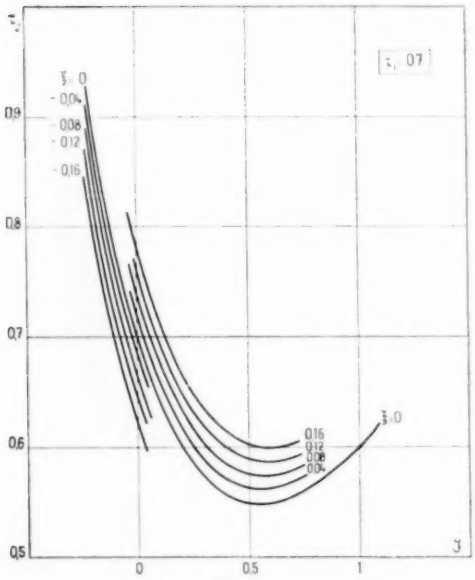


Fig. 36.

deux valeurs de $\vartheta$, mais, seule la plus faible est à prendre en considération, car, seule la partie de

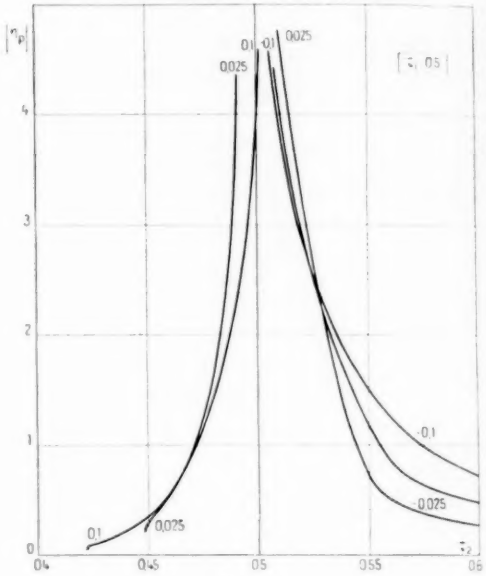


Fig. 37.

la courbe 2 située à gauche du minimum est intéressante; nous prendrons donc

$$\vartheta = \tau_2 - \sqrt{\tau_2^2 + 2(\tau_2 - \tau_1) - \frac{\xi}{\zeta}}.$$

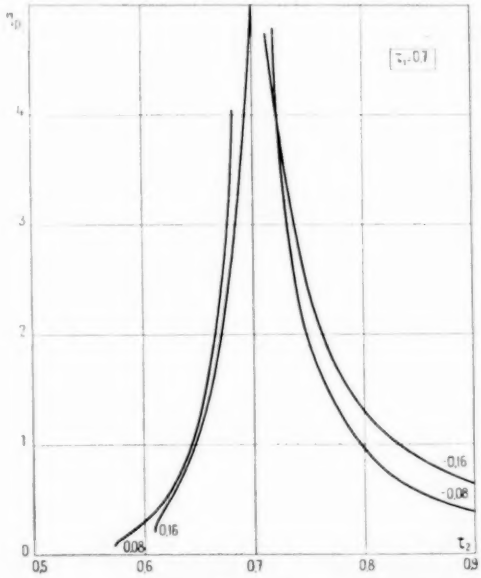


Fig. 38.

d'où

$$(61)\quad \eta_{ip} = \frac{\xi}{\left\{2\left[(\tau_1+\tau_2)\left(\sqrt{\tau_2^2+2(\tau_2-\tau_1)-\xi}-\tau_2\right)+2(\tau_1-\tau_2)+\xi\right]\right\}}.$$

Les figures 37, 38 ont été tracées pour $\tau_1 = 0{,}5$ et $\tau_1 = 0{,}7$; on a porté en ordonnées $|\eta_{ip}|$, car $\xi$ est positive en réfrigération et négative en chauffage, alors que $\varphi$ est toujours positive.

On remarquera notamment que, en réfrigération, dans la zone pratiquement utilisée des rendements inférieurs à l'unité, les courbes sont presque confondues, ce qui signifie que charger le thermocouple a essentiellement pour effet de réduire l'abaissement de température maximal, mais, à abaissements égaux, les rendements diffèrent peu. En chauffage, le rendement décroît avec la charge pour les faibles échauffements, mais croît avec elle pour les forts échauffements.

## 2.13. Réfrigération et chauffage à plusieurs étages.

2.13.1. Généralités. — Dans tout ce qui précède, il n'a été mis en jeu qu'un seul couple travaillant entre les températures $T_1$ et $T_2$; les résultats seraient aisément transposables à un ensemble de $n$ couples identiques, placés en série électrique, travaillant dans les mêmes conditions (thermopiles), cela pour mettre en œuvre, entre ces mêmes températures, des énergies $n$ fois plus élevées.

Mais on peut, théoriquement tout au moins, concevoir une cascade de $n$ couples (ou de piles), un couple de rang $m$, ayant pour charge thermique l'énergie évacuée par celui de rang $m+1$, et évacuant la sienne vers le couple de rang $m-1$; la charge spécifique du dernier, de rang $n$, est $q$. La différence de température utilisable est la somme algébrique des écarts partiels, et le rendement global $H$ est le rapport de l'énergie $aq$ absorbée par le dernier couple (rang $n$), à la somme des énergies électriques fournies aux différents couples.

Ainsi, à l'étage de rang $m$, dont la dimension caractéristique est

$$(62)\qquad a_m = \nu_m a_n = \nu_m a,$$

la charge est $a\nu_{m+1}W_{m+1}$, la charge spécifique $\frac{\nu_{m+1}}{\nu_m}W_{m+1}$, l'énergie électrique absorbée, $a\nu_m w_m$, et l'énergie évacuée

$$W_m = a(\nu_{m+1}W_{m+1} + \nu_m w_m).$$

Le rendement individuel est

$$(63)\qquad \eta_{im} = \frac{\nu_{m+1}W_{m+1}}{\nu_m w_m}.$$

Dans un système à deux étages, le rendement global a pour expression :

$$(64)\qquad H_2 = \frac{\eta_{i1}\eta_{i2}}{1+\eta_{i1}+\eta_{i2}}.$$

Dans un système à trois étages, on a

$$(65)\quad H_3 = \frac{\eta_{i1}\eta_{i2}\eta_{i3}}{1+\eta_{i1}+\eta_{i2}+\eta_{i3}+\eta_{i1}\eta_{i2}+\eta_{i2}\eta_{i3}+\eta_{i1}\eta_{i3}}.$$

Ces deux dernières formules font apparaître combien $H$ décroît rapidement quand le nombre des étages augmente. Ainsi, si nous prenons, par exemple, les rendements individuels égaux à l'unité,

$$H_1 = 1, \qquad H_2 = \frac{1}{3}, \qquad H_3 = \frac{1}{7}.$$

Si ces rendements sont de $\frac{1}{2}$,

$$H_1 = \frac{1}{2}, \qquad H_2 = \frac{1}{8}, \qquad H_3 = \frac{1}{26}.$$

On utilise très rarement plus de deux étages; l'intérêt du système est d'obtenir, notamment en réfrigération, des abaissements de température plus importants qu'avec un seul étage; il est bien clair que si, dans le cas $n = 2$, $\nu$ est très grand, c'est-à-dire si la chaleur évacuée par le second étage constitue une charge négligeable pour le premier, chacun d'eux peut travailler sous un écart de température maximal, avec un rendement quasi nul, et l'abaissement de température global est presque doublé.

Dans les considérations qui vont suivre, nous nous limiterons au cas de deux étages.

2.13.2. Systèmes a deux étages. — Le premier étage, de dimension caractéristique $\nu a$, travaille entre la température de référence $T_1$ et $T_2$, alimenté par une puissance $w_1$.

Le second, de dimension caractéristique $a$, travaille entre les températures $T_2$ et $T_3$, chargé par $aq$.

Il est bien entendu que ce qui va être dit est valable pour des couples unitaires ou des piles; dans ce dernier cas, si, par exemple, tous les couples élémentaires en sont identiques, le premier étage devra en comprendre $\nu$ fois plus que le second. De toute façon nous supposerons tous les paramètres thermoélectriques identiques dans les deux étages.

Utilisant le système dit « rationnel » d'unités, nous allons établir l'expression de la température $\tau_3$

$$(66) \qquad \tau_3 = \frac{\vartheta_2^2 + 2\tau_2 + \xi}{2(\vartheta_2 + 1)},$$

où $\xi_1$ et $\xi_2$ sont respectivement les intensités rationnelles dans les deux étages, et $\xi$ la charge spécifique rationnelle du second. Celle du premier est

$$(67) \qquad \xi_1 = \frac{\xi - \xi_2}{\nu},$$

avec

$$(68) \qquad \xi_2 = 2\vartheta_2(\tau_3 - \tau_2) - 2\vartheta_2^2.$$

On en déduit l'expression de $\xi_1$, compte tenu de (68),

$$(69) \qquad \xi_1 = \frac{\xi + 2\vartheta_2(\tau_2 - \tau_3) + 2\vartheta_2^2}{\nu}.$$

Dans l'expression de

$$(70) \qquad \tau_2 = \frac{\vartheta_1^2 + 2\tau_1 + \xi_1}{2(\vartheta_1 + 1)}$$

nous remplaçons $\xi_1$ par sa valeur, d'où

$$(71) \qquad 2\tau_2 = \frac{\nu(\vartheta_1^2 + 2\tau_1) + \xi + 2\vartheta_2\tau_3 - 2\vartheta_2^2}{\nu(\vartheta_1 + 1 + \vartheta_2)}.$$

En reportant $2\tau_2$ dans (66), on trouve finalement

$$(72) \qquad \begin{aligned} &2\tau_3[(\vartheta_2 + 1)(\nu\vartheta_1 + \nu - \vartheta_2) + \vartheta_2] \\ &\quad = (\vartheta_2^2 + \xi)(\nu\vartheta_1 + \nu - \vartheta_2) + \nu(\vartheta_1^2 + 2\tau_1) + \xi + 2\vartheta_2^2; \end{aligned}$$

$\tau_3$ apparaît ainsi comme une fonction de quatre variables : $\nu$ caractérisant la structure relative de étages; $\xi$, la charge thermique; $\vartheta_1$ et $\vartheta_2$ les modes de fonctionnement des étages. Une étude complète de la fonction étant impraticable dans le cadre de cet article, nous nous limiterons nécessairement à quelques cas particuliers, mais la complexité des systèmes à plusieurs étages sera apparue au lecteur dès que $n = 2$.

Nous commencerons par nous imposer l'égalité des intensités spécifiques $\vartheta_1$ et $\vartheta_2$ à une valeur commune $\vartheta$; d'où

$$(73) \qquad \tau_3 = \frac{\left\{ \begin{aligned} &(\nu - 1)\vartheta^2 + 2(\nu + 1)\vartheta^2 \\ &+ (\nu - 1)\xi\vartheta + (\nu + 1)\xi + 2\nu\tau_1 \end{aligned} \right\}}{2[(\nu - 1)\vartheta^2 + 2\nu\vartheta + \nu]}.$$

Puis, nous supposerons la charge $\xi$ nulle, et $\nu = 1$. Remarquons que, dans tous les cas, apparaissent deux valeurs d'intensités d'emballement données par

$$(74) \qquad \vartheta = \frac{-\nu \pm \sqrt{\nu}}{\nu - 1},$$

toutes deux négatives; seule la plus grande a un sens physique, et nous retiendrons donc

$$(75) \qquad \vartheta_2 = \frac{-\nu + \sqrt{\nu}}{\nu - 1} > -1$$

comme limite inférieure des intensités.

A charge nulle, (73) devient

$$(76) \qquad (\tau_3)_{\xi=0} = \frac{(\nu - 1)\vartheta^2 + 2(\nu + 1)\vartheta^2 + 2\nu\tau_1}{2[(\nu - 1)\vartheta^2 + 2\nu\vartheta + \nu]}.$$

Le diagramme 39 représente les variations de $\tau_3$ avec $\vartheta$, pour différentes valeurs de $\nu$ : 1, 2, 5 et 10

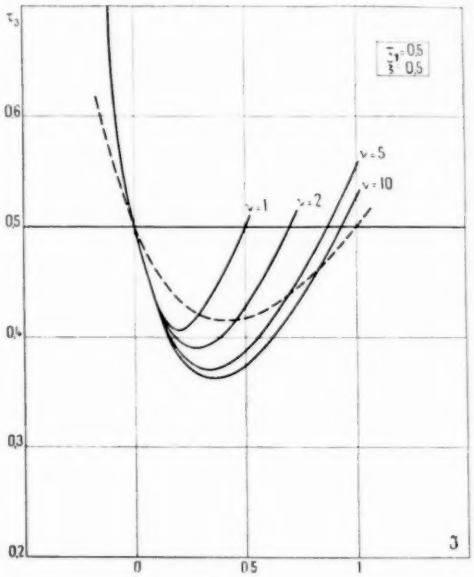


Fig. 39.

et avec $\tau_1 = 0{,}5$; on remarquera que les courbes sont toutes sensiblement confondues dans leur partie descendante. A titre de comparaison, on a reporté en tireté la courbe correspondante avec un seul étage.

Nous imposant maintenant une charge fixe, par exemple $\xi = 0{,}1$, nous allons tracer les mêmes courbes pour $\nu = 1$ et $\nu = 5$, comparées à la courbe obtenue avec un seul étage; on voit que cette dernière, dans la zone utile, se situe entre les deux autres (*fig.* 40).

Si $T_1 = 300^\circ$ K, $\tau_1 = 0{,}5$ correspond à

$$Z = 167 . 10^{-5} \text{ deg}^{-1}.$$

Alors qu'avec un seul étage, $T_2$ pouvait descendre à 248° K (abaissement de 52°), deux étages tels

que $\nu = 5$ permettent d'atteindre 222° K (abaissement de 78°), cela sans charge. Avec la charge choisie, l'adoption de deux étages tels que $\nu = 5$ permet de passer de 268 à 248° K, soit un gain de 20°.

Nous nous limiterons aux exemples précédents.

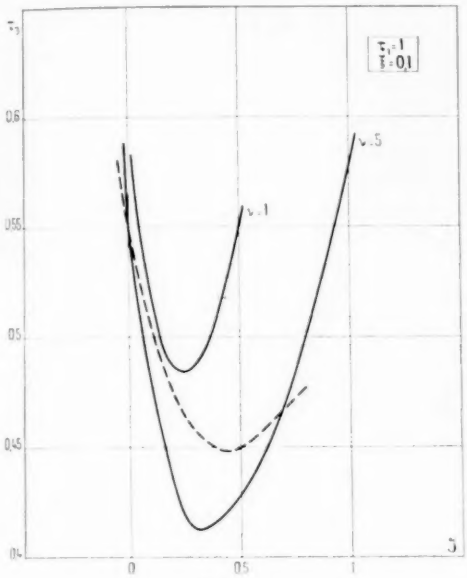


Fig. 40.

## 3. APPLICATION DE LA THÉORIE AUX THERMOCOUPLES RÉELS.

Tout comme il a déjà pu y être fait allusion, les thermocouples réels ne correspondent que très imparfaitement aux définitions qui ont servi de base aux calculs. Ainsi, les deux branches ne possèdent pas, en général, le même facteur de qualité $Z$, ou, si cela est, les mêmes paramètres thermoélectriques, au moins en valeur absolue; ces paramètres varient souvent largement avec la température. Les jonctions des barreaux avec les autres éléments du circuit ne sont pas exemptes de résistance électrique, voire thermique; et il est à peu près impossible d'établir un contact thermique parfait entre ces jonctions et les enceintes avec lesquelles elles échangent de la chaleur. Enfin, le fait d'avoir supposé le système de la figure 1 complètement adiabatique ne peut correspondre exactement à la réalité, quelles que soient les précautions prises. Certaines de ces imperfections sont particulièrement inévitables dans les couples et piles à usages industriel, pour lesquels des précautions de laboratoire ne peuvent être prises, et qu'on ne peut, de plus, alimenter souvent qu'en courant alternatif redressé.

Pour ces diverses raisons jouant simultanément, on observe un écart notable entre les performances réelles des ensembles thermoélectriques et celles prévues par la théorie, cela naturellement dans le sens d'une détérioration.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous examinerons séparément les différentes corrections qu'il est possible d'apporter aux calculs pour tenir compte des servitudes d'application; considérées isolément, elles peuvent s'ajouter dans la mesure où elles sont assez petites.

### 3.1. Dissymétrie des deux branches.

Nous supposerons que les branches $n$ et $p$ du couple possèdent les paramètres suivants :

$$e_+,\ \rho_+,\ \lambda_+;\qquad e_-,\ \rho_-,\ \lambda_-;$$

et nous nous proposons d'y relier les paramètres $e$, $\rho$ et $\lambda$ intervenant dans les formules.

On a pu remarquer que les équations générales (7), (8), (9) et (11) font intervenir $2e$, différence algébrique des pouvoirs thermoélectriques des deux branches $e_+$ et $e_-$. On pourra tout aussi bien y substituer $e_+ - e_-$, ce qui donne

$$e = \frac{e_+ - e_-}{2}. \tag{77}$$

Supposant les longueurs des deux branches égales à $l$, nous assignerons aux aires de section les valeurs $\mathfrak{A}_+$ et $\mathfrak{A}_-$.

La résistance de l'ensemble est

$$R = l\left(\frac{\rho_+}{\mathfrak{A}_+} + \frac{\rho_-}{\mathfrak{A}_-}\right). \tag{78}$$

La conductance thermique est

$$L = \frac{\mathfrak{A}_+\lambda_+ + \mathfrak{A}_-\lambda_-}{l}. \tag{79}$$

Cherchons à minimiser le produit $RL$, dont dépendent les performances du couple

$$RL = \left(\frac{\rho_+}{\mathfrak{A}_+} + \frac{\rho_-}{\mathfrak{A}_-}\right)(\lambda_+\mathfrak{A}_+ + \lambda_-\mathfrak{A}_-),$$

$$\frac{d(RL)}{d\left(\frac{\mathfrak{A}_+}{\mathfrak{A}_-}\right)} = \rho_+\lambda_+ - \rho_-\lambda_-\left(\frac{\mathfrak{A}_-}{\mathfrak{A}_+}\right)^2;$$

ce qui impose

$$\frac{\mathfrak{A}_+}{\mathfrak{A}_-} = \sqrt{\frac{\rho_+\lambda_-}{\rho_-\lambda_+}}. \tag{80}$$

Dans ces conditions,

$$RL = \left(\sqrt{\rho_+\lambda_+} + \sqrt{\rho_-\lambda_-}\right)^2. \tag{81}$$

Égalons cette valeur à celle du même produit dans le cas idéal

$$RL = 2\rho\frac{l}{\mathfrak{A}} \times 2\lambda\frac{\mathfrak{A}}{l} = 4\rho\lambda. \tag{82}$$

On aura donc, si la condition (80) est satisfaite,

$$(\rho\lambda)_m = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\rho_+\lambda_+} + \sqrt{\rho_-\lambda_-}\right)^2. \tag{83}$$

Pratiquement, on est souvent amené à prendre les deux aires de sections égales

$$\mathfrak{A}_+ = \mathfrak{A}_- = \mathfrak{A}, \tag{84}$$

ce qui facilite l'assemblage des couples en thermopiles; cela équivaut à écrire

$$\rho = \frac{\rho_+ + \rho_-}{2}, \tag{85}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_+ + \lambda_-}{2}, \tag{86}$$

d'où

$$\rho\lambda = \frac{1}{4}(\rho_+ + \rho_-)(\lambda_+ + \lambda_-). \tag{87}$$

Le rapport des deux expressions (87) et (83) est

$$\frac{\rho\lambda}{(\rho\lambda)_m} = \left(\frac{\sqrt{\rho_+\lambda_+} - \sqrt{\rho_-\lambda_-}}{\sqrt{\rho_+\lambda_+} + \sqrt{\rho_-\lambda_-}}\right)^2 + 1 \sim 1 + \frac{\left(\sqrt{\rho_+\lambda_+} - \sqrt{\rho_-\lambda_-}\right)^2}{4\rho\lambda}. \tag{88}$$

Le terme correctif reste assez petit dans la pratique pour qu'on préfère souvent cette dernière solution.

### 3.2. Variation des paramètres avec la température.

Lorsqu'un couple travaille en effet Peltier, l'écart entre les températures $T_1$ et $T_2$ n'est pas en général si considérable qu'on ne soit autorisé à prendre pour les paramètres une valeur moyenne dans cet intervalle, ou encore leur valeur au voisinage de $T_2$. D'ailleurs, étant donné l'ordre de grandeur des intensités mises en jeu, la concavité souvent très prononcée de la parabole figurant la répartition des températures dans les barreaux rendrait un calcul malaisé.

Lorsqu'il travaille en effet Seebeck sous un faible gradient thermique, on peut encore prendre pour les paramètres une valeur moyenne; mais lorsque l'écart $T_2 - T_1$ est élevé, on arriverait ainsi à des résultats grossièrement erronés. Heureusement, avec des courants faibles, on peut avoir recours à une approximation tablant sur le fait que la répartition des températures dans un barreau est pratiquement indépendante de la valeur du courant, la distorsion de cette répartition étant fonction de $I^2$.

Considérons donc dans l'intervalle $(T_1, T_2)$ un barreau cubique de côté 1 dont la résistivité électrique et la conductivité thermique sont respectivement données par les équations

$$\rho = \rho_1 + \beta(T - T_1), \tag{89}$$

$$\lambda = \lambda_1 + \gamma(T - T_1), \tag{90}$$

où $\beta$ et $\gamma$ sont des constantes.

La répartition des températures dans le barreau, soumis à $T_2 - T_1$ est donnée par

$$\gamma\left(\frac{dT}{dx}\right)^2 + [\lambda_1 + \gamma(T - T_1)]\frac{d^2T}{dx^2} = 0, \tag{91}$$

$x$ représentant la position relative de la section considérée.

L'intégration conduit à

$$x = \frac{\gamma(T - T_1)^2 + 2\lambda_1(T - T_1)}{\gamma(T_2 - T_1)^2 + 2\lambda_1(T_2 - T_1)}. \tag{92}$$

Nous retrouvons encore une répartition parabolique des températures, mais liée uniquement à la variation de $\lambda$, avec $T$.

Le flux d'énergie $q$ à travers le barreau est tel que

$$q = \mathcal{E}(T_2 - T_1). \tag{93}$$

Ce flux conservatif est encore donné, en une section quelconque, par

$$q = \lambda\frac{dT}{dx}. \tag{94}$$

La dérivation de (92) conduit à

$$\mathcal{E}(T_2 - T_1) = q = \frac{T_2 - T_1}{2}[\gamma(T_2 - T_1) + 2\lambda_1], \tag{95}$$

d'où la conductance apparente,

$$\mathcal{E} = \frac{\gamma(T_2 - T_1) + 2\lambda_1}{2} \tag{96}$$

et la conductivité thermique apparente,

$$\lambda' = \lambda_1 + \frac{\gamma}{2}(T_2 - T_1). \tag{97}$$

La résistance électrique globale est

$$\mathcal{R} = \int_0^1 \rho\, dx = \rho_1 + \beta\int_0^1 (T - T_1)\, dx. \tag{98}$$

L'intégrale définie se déduit aisément de (92) par un changement de variable de $x$ en $T$; on trouve

$$(99)\quad \mathcal{R} = \rho_1 \left[ 1 + \frac{3(T_2 - T_1)[2\gamma(T_2 - T_1) + 3\lambda_1]}{3[\gamma(T_2 - T_1) + 2\lambda_1]} \right] = \rho'.$$

Quant au pouvoir thermoélectrique, il peut toujours s'écrire sous forme d'un développement

$$(100)\quad e_T = \sum_{n=1}^{n=\infty} e_n (T - T_1)^n + e_{T_1}.$$

Le pouvoir moyen, seule quantité accessible entre les extrémités du barreau, a pour expression

$$(101)\quad \bar{e}_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} e_T \, dT,$$

$$(102)\quad \bar{e}_{T_1}^{T_2} = e_{T_1} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{e_n (T_2 - T_1)^n}{n+1}.$$

Une fois déterminés les paramètres apparents $\bar{e}$, $\rho'$ et $\lambda'$, on peut définir le facteur de qualité apparent du barreau par

$$(103)\quad Z' = \frac{\bar{e}^2}{\rho' \lambda'}.$$

### 3.3. Nature du courant électrique.

Dans toutes les formules données jusqu'à présent, il a été uniquement question de courant continu, soit celui fourni par le thermocouple générateur, soit celui qu'on lui applique en vue du chauffage ou de la réfrigération Peltier; dans ce dernier cas, on peut être amené à utiliser du courant alternatif redressé, répondant à l'équation

$$i = f(t),$$

$f(t)$ étant une fonction périodique du temps dont la période est très courte vis-à-vis des constantes de temps thermiques du système.

Dans les équations générales, les termes $2eTI$ font intervenir la valeur moyenne de $i$, et le terme $\rho I^2$, celle de $i^2$, c'est-à-dire le carré de sa valeur efficace $i_e$.

Si

$$(104)\quad \frac{\bar{i}}{i_e} = K,$$

$$(105)\quad \frac{e^2}{\rho} \sim \frac{\bar{i}^2}{i_e^2} = K^2.$$

*Le facteur de qualité* du couple ($\lambda$ n'intervenant pas) *se trouve apparemment multiplié* par $K^2$.

Par exemple, si

$$(106)\quad i = i_0 + i_1 \sin t,$$

$$\bar{i} = i_0, \qquad i_e = \sqrt{i_0^2 + \frac{i_1^2}{2}},$$

$$(107)\quad K^2 = \frac{i_0^2}{i_0^2 + \frac{i_1^2}{2}}.$$

Si la composante dite « de ronflement » est relativement faible, on peut écrire

$$(108)\quad K^2 \simeq 1 - \frac{i_1^2}{2 i_0^2}.$$

La perte est alors très faible; ainsi, pour $\frac{i_1}{i_0} = 6\ \%$, on a une perte de l'ordre de 0,2 % sur $K^2$.

Si, par contre, on utilise un courant monophasé à deux alternances redressées, de la forme

$$(109)\quad |i| = i_0 |\sin t|,$$

$$\bar{i} = \frac{2 i_0}{\pi}, \qquad i_e = \frac{i_0}{\sqrt{2}},$$

$$(110)\quad K^2 = \frac{8}{\pi^2} \simeq 81\ \%.$$

Si, enfin, une seule alternance est redressée,

$$(111)\quad K^2 = \frac{4}{\pi^2} \sim 40,5\ \%.$$

### 3.4. Imperfections des jonctions électriques.

En toute rigueur, la couche isolante parasite à l'interface de jonction entre un barreau et le métal constituant un pont ou une connexion avec le circuit extérieur, pourrait être caractérisée par une résistance électrique $j$, une conductance thermique $\Lambda$ et même un pouvoir thermoélectrique. Pratiquement, si la jonction est assez bien faite, on pourra considérer $\Lambda$ comme infinie, ce qui élimine toute force électromotrice Peltier parasite, et ne garder que le terme correctif $j$, résistance rapportée à l'unité d'aire. Dans ces conditions, un barreau de longueur $l$ aura pour résistance apparente

$$(112)\quad \frac{\rho l + 2j}{\mathfrak{a}}.$$

La valeur apparente de $\rho$ sera devenue

$$(113)\quad \rho' = \rho + \frac{2j}{l},$$

$Z$ sera multiplié par

$$(114)\quad 1 - \frac{2j}{\rho l}.$$

Il apparaît comme évidente l'influence de la longueur $l$ des barreaux sur le facteur de qualité apparent, d'autant meilleur que $l$ est plus grande.

### 3.5. Imperfections des contacts thermiques.

Lorsque les échanges thermiques des extrémités des barreaux doivent s'opérer directement avec les pièces métalliques de jonction, supposées d'excellents conducteurs, aucun problème ne se pose; mais, on voit sur la figure 41 que, même avec un couple unique, si l'enceinte supérieure à température $T_2$ peut faire corps avec le pont supérieur,

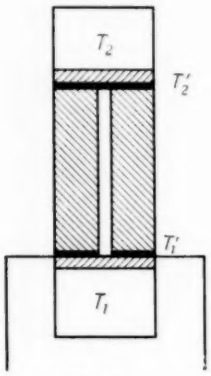


Fig. 41.

celle à température $T_1$ est le siège d'une différence de potentiel ($v$) ne devant donner lieu à aucun écart de température; il y a donc nécessairement intervention d'un isolant électrique, conducteur thermique parfait, entre les deux jonctions de base.

*A fortiori*, lorsqu'on utilise un certain nombre de couples en série électrique, ou thermopile, les jonctions de chaque face doivent être appliquées sans résistance thermique aux deux enceintes, mais avec un isolement électrique suffisant pour éviter de shunter les couples. Nous allons examiner dans les lignes qui suivent comment la présence de ces éléments étrangers indispensables modifie les équations fondamentales et perturbe le fonctionnement.

Supposons des feuilles isolantes d'épaisseur $\varepsilon$, de conductivité thermique $\mu$, interposées entre les jonctions du couple de la figure 41 et les enceintes isothermes. Eu égard aux hypothèses primitives, leur surface est de 2 unités, et leur conductance thermique $\frac{2\mu}{\varepsilon}$.

Traversée par le flux $q$, la feuille supérieure est le siège d'une différence de température

$$\Delta T_2 = \frac{q\varepsilon}{2\mu}. \tag{115}$$

Traversée par le flux $W$, la feuille inférieure est le siège d'une différence de température

$$\Delta T_1 = \frac{W\varepsilon}{2\mu}. \tag{116}$$

De ce fait, les températures des jonctions sont respectivement

$$T_1' = T_1 + \frac{W\varepsilon}{2\mu}, \tag{117}$$

$$T_2' = T_2 - \frac{q\varepsilon}{2\mu}. \tag{118}$$

Les équations générales sont valables en remplaçant $T_1$ et $T_2$ par $T_1'$ et $T_2'$; d'où le système

$$W\left[1 + (\lambda - eI)\frac{\varepsilon}{\mu}\right] + \frac{\lambda\varepsilon q}{\mu} = 2eT_1 I + 2\lambda(T_2 - T_1) + \rho I^2, \tag{119}$$

$$\frac{\lambda\varepsilon W}{\mu} + \left[1 + (\lambda + eI)\frac{\varepsilon}{\mu}\right]q = 2eT_2 I + 2\lambda(T_2 - T_1) - \rho I^2. \tag{120}$$

On éliminera $W$ et on obtiendra l'équation en $q$, compte tenu du fait que $\frac{\varepsilon}{\mu}$ est supposé très petit. Résolue en $T_2$, elle prend la forme :

$$T_2 = \frac{2\lambda T_1 + \rho I^2\left[1 + \frac{\varepsilon}{\mu}(2\lambda - eI)\right] + q\left(1 + \frac{2\lambda\varepsilon}{\mu}\right)}{2\left[\lambda + eI\left(1 - \frac{\varepsilon eI}{\mu}\right)\right]}. \tag{121}$$

On voit immédiatement que, pour de mêmes valeurs des paramètres que celles entrant dans l'équation (12), $\rho$ subit une augmentation relative $\frac{\varepsilon}{\mu}(2\lambda - eI)$, $q$, une augmentation relative $\frac{2\lambda\varepsilon}{\mu}$, tandis que $e$ subit l'amputation relative $\frac{\varepsilon eI}{\mu}$. Tout se passe donc comme si le facteur de qualité $Z$ était multiplié par

$$1 - \frac{\varepsilon}{\mu}(2\lambda + eI) \tag{122}$$

et la charge par

$$1 + \frac{2\lambda\varepsilon}{\mu}. \tag{123}$$

Remarquons que, en aucun cas, $Z$ ne pourrait se trouver apparemment renforcé de ce fait; il faudrait réaliser pour cela

$$2\lambda + eI < 0$$

ou

$$I < -\frac{2\lambda}{e},$$

valeur inférieure à l'intensité d'emballement, ce qui est physiquement impossible.

Le calcul précédent a été conduit, comme tous les autres, sur des barreaux cubiques de côté unité, mais un élément linéaire persiste cette fois dans les résultats, $\varepsilon$. Lors de la transposition de ces résultats à un couple de dimensions quelconques, $\varepsilon$ représentera l'épaisseur relative de l'isolant par rapport à la longueur des barreaux.

L'importance pratique considérable des expressions (122) et (123) justifie leur mise sous forme rationnelle, soit

$$Z' = Z\left[1 - \frac{\varepsilon}{\alpha}(2+\delta)\right], \tag{124}$$

$$q' = q\left(1 + \frac{2\varepsilon}{\alpha}\right), \tag{125}$$

où $\alpha$ est la valeur relative de la conductivité thermique de l'isolant vis-à-vis de celle du matériau thermoélectrique.

### 3.6. **Défaut d'adiabatisme de l'enceinte** ($T_2$).

L'hypothèse d'adiabatisme absolu du système de la figure 1 ne saurait malheureusement correspondre à la réalité. S'il est plongé dans une ambiante à température $T_0$, il y a des échanges thermiques parasites échappant le plus souvent à toute évaluation possible, soit, grossièrement, entre les deux enceintes isothermes, entre l'enceinte supérieure et l'ambiante, et entre les parois latérales du couple et cette ambiante. Les échanges latéraux peuvent être réduits dans des piles extra-plates, mais, dans ce cas, les isolants intercalaires entre les barreaux constituent un shunt thermique parasite. Cette servitude pratique, jointe au défaut de contact thermique examiné au précédent paragraphe, est la source la plus importante des écarts observés entre théorie et pratique, surtout en effet Peltier; c'est pourquoi nous allons traiter cette question, malgré la difficulté de la détermination des paramètres régissant les échanges parasites.

Nous admettrons que la structure de l'ensemble est telle que les échanges entre l'enceinte supérieure et l'ambiante soient proportionnels à un paramètre $\sigma_0$, et ceux entre les deux enceintes, proportionnels à un paramètre $\sigma_1$. Alors la transposition de l'équation (8) conduit à

$$q = 2eT_2I + 2(\lambda+\sigma_1)(T_2 - T_1) + 2\sigma_0(T_2 - T_0) - \rho I^2, \tag{126}$$

d'où l'on peut tirer

$$T_2 = \frac{\rho I^2 + 2(\lambda+\sigma_1)T_1 + 2\sigma_0 T_0 + q}{2(\lambda+\sigma_1+\sigma_0+eI)}, \tag{127}$$

expression atteignant son minimum lorsque

$$I = I_m = -\frac{\lambda+\sigma_1+\sigma_0}{e} + \sqrt{\frac{(\lambda+\sigma_0+\sigma_1)^2}{e^2} + \frac{q+2(\lambda+\sigma_1)T_1+2\sigma_0T_0}{\rho}}, \tag{128}$$

$$(T_2)_m = \frac{1}{e}\sqrt{\left\{\frac{\rho^2(\lambda+\sigma_0+\sigma_1)^2}{e^2} + \rho[q+2(\lambda+\sigma_1)T_1+2\sigma_0T_0]\right\}} - \frac{\rho}{e^2}(\lambda+\sigma_0+\sigma_1). \tag{129}$$

Faisant un raisonnement analogue à celui du paragraphe précédent, nous voyons sur l'équation (127) les altérations apparentes subies par le facteur de qualité $Z$, qui est multiplié par

$$\frac{\lambda\left(e+\frac{\sigma_0}{I}\right)^2}{e^2(\lambda+\sigma_1)}, \tag{130}$$

tandis que $2\sigma_0T_0$ s'ajoute à la charge $q$; à la différence du cas précédent, *même si $q$ est nulle, il subsiste la charge apparente* $2\sigma_0T_0$. Lorsque $\sigma_0$ et $\sigma_1$ sont relativement petits, le facteur correctif de $Z$ vaut sensiblement

$$1 + \frac{2\sigma_0}{eI} - \frac{\sigma_1}{\lambda}. \tag{131}$$

On voit que le $Z$ apparent peut être *supérieur* au $Z$ réel, ce qui peut conduire, compte tenu d'une charge accrue de $2\sigma_0T_0$, à des valeurs de $T_2$, égales à celles obtenues avec le couple parfait. L'égalité est réalisée avec celle des deux expressions (11) et (127) de $T_2$.

D'où

$$2eI(\sigma_0T_0+\sigma_1T_1) - \rho I^2(\sigma_0+\sigma_1) - q(\sigma_0+\sigma_1) + 2\lambda\sigma_0(T_0-T_1) = 0. \tag{132}$$

Mais en aucun cas, (132) ne peut devenir une identité, car il est impossible d'annuler les coefficients des termes en $I$ et en $I^2$. Si l'on a pu faire $\sigma_1 = 0$, l'équation devient

$$2eIT_0 + 2\lambda(T_0 - T_1) - \rho I^2 - q = 0; \tag{133}$$

c'est (8) en y remplaçant $T_2$ par $T_0$ : les échanges thermiques parasites s'annulent naturellement quand la température de l'enceinte supérieure est égale à l'ambiante, ce qui peut être intéressant pour des mesures.

Les mêmes problèmes d'isolement thermique se posent dans les systèmes à plusieurs étages, cela de façon plus complexe. Mais ces systèmes, quelles que soient les précautions prises, sont le siège d'une perte inévitable par les fils de connexion amenant le courant aux étages supérieurs; cette perte se retrouve encore dans l'enceinte $(T_2)$ lorsque les fils de circuits étrangers doivent y aboutir (transistors réfrigérés, par exemple).

Supposons un fil conducteur de longueur $d$, de section $S$, de conductivité thermique $\chi$, et de résistivité électrique $\psi$, traversé par un courant $i$, et parfaitement isolé latéralement, joignant les deux enceintes $(T_1)$ et $(T_2)$.

Il dérive une énergie $-\frac{\chi S}{d}(T_2 - T_1)$, mais apporte à l'enceinte $(T_2)$ la moitié de la chaleur de Joule, soit $\frac{\psi\, d i^2}{2S}$.

La charge thermique parasite est donc

$$\mathfrak{Q} = \frac{-\chi S(T_2 - T_1)}{d} + \frac{\psi\, d i^2}{2S}. \tag{134}$$

Si $T_2 > T_1$, elle s'annule lorsque

$$S = S_0 = d i \sqrt{\frac{\psi}{2\chi(T_2 - T_1)}}. \tag{135}$$

Si $T_2 < T_1$, cas le plus intéressant dans la pratique, elle passe par un minimum $\mathfrak{Q}_m$ lorsque

$$S = S_m = d i \sqrt{\frac{\psi}{2\chi(T_1 - T_2)}}; \tag{136}$$

$$\mathfrak{Q}_m = 2 i \sqrt{\frac{\psi\chi(T_1 - T_2)}{2}}. \tag{137}$$

Ce résultat montre l'importance de la détermination correcte de la section des conducteurs; cette section choisie, la charge thermique parasite apportée par le fil est proportionnelle à l'intensité qui le traverse et à $\sqrt{\psi\chi}$; la matière constituant ce conducteur doit donc présenter un produit $\psi\chi$ très faible, ce qui est le cas des métaux purs ($i$ représente dans les formules précédentes l'intensité efficace du courant, quel qu'il soit).

Nous n'avons jusqu'à présent fait intervenir aucune force thermoélectrique aux extrémités du conducteur; si $i$ est un courant continu ou redressé (*cf.* § 3.3), l'utilisation d'un conducteur en matériau présentant un intéressant pouvoir thermoélectrique $e'$ permet de retrancher de $\mathfrak{Q}_m$ une énergie $e' T_2 i$, ce qui peut conduire à une annulation pure et simple de $\mathfrak{Q}_m$ si le facteur de qualité du matériau est égal à

$$2\frac{T_1 - T_2}{T_2^2}, \tag{138}$$

valeur, en général, non prohibitive [*cf.* (25)].

Naturellement le genre $n$ ou $p$ du conducteur doit être choisi en fonction du sens du courant $i$, par exemple $n$ si $i$ est comptée positivement de $T_1$ en $T_2$ $(T_2 < T_1)$.

### 3.7. Calcul des thermopiles.

Les propriétés des assemblages de couples en série électrique, ou thermopiles, se déduisent, bien entendu, de celles des couples individuels, compte tenu de tout ce qui a été dit précédemment. Néanmoins, il pourra être intéressant de compléter ces données par les quelques formules qui suivent.

Supposant des barreaux de couple de section carrée de côté

$$c = \sqrt{\mathfrak{A}}, \tag{139}$$

chaque barreau entouré d'une mince feuille isolante d'épaisseur $\frac{b}{2}$ et de conductivité thermique $z$, l'aire totale occupée par un couple est

$$2(\mathfrak{A} + 2b\sqrt{\mathfrak{A}}) = 2(c^2 + 2bc), \tag{140}$$

et celle de une pile de $N$ couples

$$\mathfrak{A}^* = 2N(\mathfrak{A} + 2b\sqrt{\mathfrak{A}}) = 2N(c^2 + 2bc). \tag{141}$$

La dimension caractéristique du couple étant donnée par

$$a = \frac{\mathfrak{A}}{l},$$

si l'on applique à la pile une charge thermique $Q$ se répartissant à raison de $\frac{Q}{N}$ par couple, on aura

$$q = \frac{Ql}{N\mathfrak{A}} = \frac{Ql}{Nc^2}, \tag{142}$$

$$q_p = \frac{Q}{\mathfrak{A}^*} = \frac{qc}{2(c + 4b)} = \text{charge spécifique de pile.} \tag{143}$$

Si les barreaux sont courts, il faut préciser que $l$ représente leur longueur et non l'épaisseur de la pile, qui comprend en outre celle des ponts de liaison.

La pile fonctionne sous l'intensité individuelle des couples et sous une tension $N$ fois plus élevée.

La conductance de déperdition par couple est

$$\frac{4zbc}{l},$$

alors que celle du couple est $\frac{2\lambda e^2}{l}$. Dans ces conditions, le terme correctif $\sigma_1$ de l'équation (126) et des suivantes est

$$\sigma_1 = 2\alpha \frac{b}{e}. \tag{144}$$

La conductance thermique totale des couples est $\frac{2N\lambda e^2}{l}$, tandis que celle de la pile est

$$\frac{2Ne}{l}(e\lambda + 2b\alpha). \tag{145}$$

La résistance électrique individuelle est $\frac{2\rho l}{e^2}$, tandis que la résistance totale est

$$\frac{2N\rho l}{e^2}. \tag{146}$$

## 4. RÉALISATIONS DES LABORATOIRES DE LA C. S. F.

Fin 1955, le Centre de Recherches Physico-Chimiques de la Compagnie Générale de T. S. F., à Puteaux, abordait l'étude des semi-conducteurs à effet thermoélectrique en vue de la réalisation de thermopiles [3]. Immédiatement, le Laboratoire s'orientait vers la mise au point d'un appareillage de contrôle, capable de déterminer le plus commodément possible, en offrant une précision acceptable, les trois paramètres fondamentaux $e$, $\rho$ et $\lambda$, cependant que les méthodes de préparation de matériaux fondus, à cristaux orientés, et frittés, s'élaboraient peu à peu, en visant essentiellement la production industrielle future beaucoup plus que celles de quelques échantillons remarquables; c'est à la lumière de cette idée directrice que les travaux exposés ci-après doivent être considérés. Il est également à noter que les principes fondamentaux des mesures ont été conservés jusqu'à présent; ce qui n'exclut ni de très notables améliorations dans leur mise en œuvre, ni des simplifications dans l'utilisation des appareils à l'établissement desquels ils ont présidé.

### 4.1. Contrôle des matériaux.

Nous distinguerons les appareils de contrôle sommaire sur lingots et les appareils plus précis exigeant des échantillons calibrés prismatiques ou cylindriques.

[3] Étude entreprise pour le compte du Service Technique des Télécommunications de l'Air (Contrat S.T.T.A. 8544/55).

4.1.1. Contrôle sommaire de $e$. — Rappelons que les matériaux sont classés en deux catégories $n$ et $p$, suivant le signe de leur pouvoir thermoélectrique; cela présuppose le choix d'un métal de référence; si des considérations purement thermodynamiques invitent à choisir pour ce dernier le plomb, corps à $e$ nul, pratiquement, on lui préfère des métaux de très fortes conductivités électrique et thermique, et moins fusibles; l'argent et le cuivre, dont les pouvoirs thermoélectriques absolus propres sont à la fois très faibles et assez voisins pour être confondus ($e_{Cu} = 3{,}2\ \mu V/deg$, $e_{Ag} = 3\ \mu V/deg$), cela vis-à-vis des pouvoirs usuellement rencontrés chez les semi-conducteurs. L'économie engage à employer le cuivre ($\rho = 17.10^{-7}\ \Omega/cm$, $\lambda = 3{,}8$ W/cm.deg); l'argent ($\rho = 16.10^{-7}\ \Omega/cm$, $\lambda = 4{,}2$ W/cm.deg) présente l'avantage de l'inaltérabilité dans l'air à des températures même élevées, mais sa dissolution dans les divers alliages de soudure est malheureusement assez rapide pour qu'on soit amené, lorsque les mesures exigent de fréquentes soudures, à le recouvrir d'un métal protecteur comme le nickel électrolytique.

Notons que la validité de tout ce qui va suivre repose précisément sur l'ordre de grandeur des conductivités électrique et thermique de ces métaux, considérées comme infimes vis-à-vis de celles des semi-conducteurs thermoélectriques étudiés; en effet, alors que les premiers offrent un $\rho$ de l'ordre du microhm par centimètre et un $\lambda$ de plusieurs watts.cm$^{-1}$.deg$^{-1}$, il s'agit de milliohm par centimètre et de $10^{-2}$ W.cm$^{-1}$.deg$^{-1}$ pour les semi-conducteurs.

Un appareil simple, appelé « palpeur à pointes » fournit une évaluation très rapide du pouvoir d'un matériau en bloc quelconque. Deux masses hémicylindriques en cuivre (1 et 2) sont accolées avec interposition d'un matelas isolant en feuilles de mica (3); l'une est chauffée électriquement par une résistance (4), l'autre refroidie par une circulation d'eau (5); deux couples fer-constantan (6), sensibles chacun à la température d'une masse, tout en en restant électriquement isolés, sont montés en opposition et peuvent indiquer ainsi l'écart de température entre les deux moitiés. Un inverseur bipolaire permet de mettre en relation un millivoltmètre, soit avec le double couple, soit avec deux fils de cuivre reliés respectivement à chaque masse (7, 8). L'ensemble cylindrique peut être appliqué à un bloc de matériau au moyen de deux pointes mousses en argent (9, 10), qui portent à leur température propre la région du matériau située à leur voisinage immédiat. Dans la première position de l'inverseur,

on connaît l'écart de température $\Delta T$ des pointes; dans la seconde, la tension thermoélectrique $V$ de la chaîne : cuivre chaud, argent chaud, matériau, argent froid, cuivre froid.

Supposant $e$ constant dans la zone du bloc voisine des pointes, on a, en raison des lois fondamentales

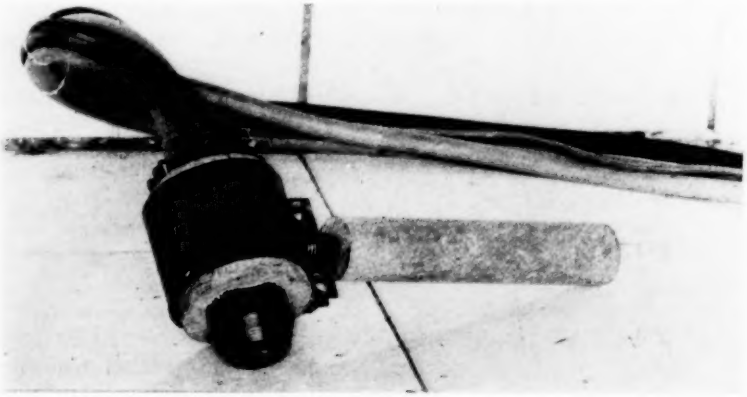

Fig. 42.

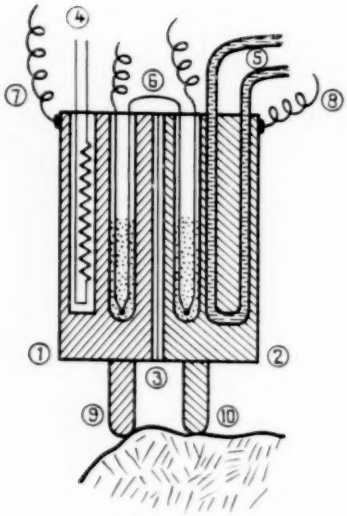


Fig. 43.

du chapitre 1 et quelle que soit la répartition des températures dans le bloc,

$$e = \frac{V}{\Delta T}.$$

Cet appareil, d'un maniement commode au bout de son manche isolant, est très utile pour déterminer grossièrement le pouvoir $e$ d'un matériau nouveau, ou pour délimiter une barrière $\frac{n}{p}$ sur un lingot allongé (*fig.* 42 et 43).

4.1.2. Contrôle sommaire de $\rho$. — Certains semi-conducteurs, corps simples ou composés, présentent une résistivité variant considérablement avec leur taux d'impuretés. On verra plus loin comment la « fusion de zone » fournit des lingots allongés, où la concentration en impuretés est essentiellement fonction de l'abscisse longitudinale.

L'appareil très simple décrit ci-après permet de mesurer rapidement des variations relatives de la résistivité le long d'un lingot allongé. En toute rigueur, on devrait opérer sur des lingots calibrés de section constante, mais, en pratique, on cherche seulement à mettre en évidence des variations de résistivité assez considérables pour n'être pas masquées par les fluctuations longitudinales de la section. Le lingot est soumis à un courant alternatif pouvant atteindre au besoin quelques dizaines d'ampères; un curseur mobile le long d'une règle graduée parallèle au barreau comporte deux pointes en acier distantes de 1 cm, montées sur un support flottant, et qu'un ressort applique fortement contre le barreau. Un millivoltmètre amplificateur indique la tension entre les deux sections droites définies par les pointes, et donc la résistance de la portion de barreau correspondante, si l'on connaît l'intensité (*fig.* 44).

Cette méthode appelle deux réserves quant à la définition des sections droites équipotentielles dans le lingot et quant à l'utilisation du courant alternatif, mais nous y reviendrons en détail au paragraphe suivant.

Tous les dispositifs décrits maintenant emploient

des barreaux calibrés, dont les paramètres sont supposés constants dans toute la masse.

4.1.3. Appareil général de mesure des paramètres thermoélectriques. — 4.1.3.1. *Remarques préliminaires.* — Le pouvoir thermoélectrique $e$ est une grandeur relativement facile à mesurer. L'appareil crée un écart de température $T_2 - T_1$ connu entre les deux extrémités de l'échantillon, soudé entre deux blocs d'argent, et mesure la tension thermoélectrique entre elles; on atteint ainsi le pouvoir thermoélectrique intégral de la formule (101), soit $e_T^t$; une différentiation de la courbe $(e_T^t, T_2)$, $T_1$ restant fixe (au voisinage de l'ambiante), donnera $e_T$.

ou bien ils doivent être constitués d'un agglomérat de petits cristaux enchevêtrés aux axes erratiques, de dimensions telles qu'à l'échelle de celles du barreau, les surfaces équipotentielles ou isothermes, perturbées aux macles, apparaissent géométriquement définies par le mode d'application extérieur du champ électrique ou du gradient thermique.

4.1.3.2. *Principe des mesures.* — Nous avons déjà évoqué au paragraphe précédent le principe très simple de la mesure de $e$.

En faisant passer un courant connu dans un barreau calibré et en mesurant la tension entre deux points définissant deux équipotentielles, on peut atteindre facilement $\rho$; pratiquement, on

Fig. 44.

Tout cela est valable, car $e$ est une grandeur scalaire; il n'en est généralement pas de même pour $\rho$ et $\lambda$, en ce sens que les considérations valables dans l'optique des milieux cristallisés pour définir l'indice de réfraction le sont encore pour définir ces paramètres, qu'on peut assimiler chacun à un vecteur colinéaire au vecteur champ électrique ou gradient thermique, suivant les cas (nous l'appellerons vecteur directeur), et d'un module variable avec la direction. D'où la définition d'une surface caractéristique de $\rho$ et de $\lambda$, comparable à l'ellipsoïde des indices. Qu'on ne voie pas là vaine subtilité; ce serait le cas si lesdites surfaces étaient voisines de sphères, mais nous avons rencontré des ellipsoïdes de révolution d'un allongement considérable. Si l'on ajoute à cela des irrégularités cristallines, des macles, au niveau desquelles les axes principaux des ellipsoïdes subissent d'importantes discontinuités de direction, on comprendra que la mesure des paramètres $\rho$ et $\lambda$, et même l'utilisation pratique des matériaux soulèvent des difficultés majeures; ou bien ces matériaux doivent être monocristallins ou résulter de la juxtaposition de monocristaux présentant une certaine relation géométrique entre leurs axes et le vecteur directeur — s'ils sont uniaxes, les axes de révolution des ellipsoïdes doivent être normaux au vecteur directeur—;

table sur la qualité des soudures du barreau aux blocs d'argent, et l'on mesure la tension entre ceux-ci.

Il y a lieu de remarquer que toutes ces mesures sont conduites en courant alternatif, ce qui peut choquer *a priori* un spécialiste des mesures électriques de précision, lesquelles se font en courant continu; les erreurs introduites par le facteur de forme des courants et les imperfections des appareils de mesure ne nous ont certes pas échappé, mais nous avons également considéré la nature particulière des matériaux thermoélectriques, capables d'introduire dans la mesure des très faibles tensions continues des erreurs non négligeables dues aux gradients thermiques parasites, phénomène singulièrement exalté lors des mesures sous des gradients thermiques provoqués importants. On sait qu'un appareil magnétoélectrique à redresseur en pont est gradué en valeurs efficaces à partir d'un courant sinusoïdal, mais dévie, en réalité (assez loin de son zéro) proportionnellement à la valeur moyenne des alternances du courant (*cf.* chap. 2); pour un courant pur, le facteur de proportionnalité de la déviation par rapport à la valeur efficace est $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ ($\sim 0{,}9$); il vaut 1 pour un courant carré et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ($\sim 0{,}86$) pour

des dents de scie; cela entraîne une appréciation incorrecte de la valeur efficace réelle, sur-évaluée ou sous-évaluée suivant que le facteur est supérieur ou inférieur à $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$. Dans ces conditions, comme $\rho$ apparaît, à un terme dimensionnel près, quotient de deux grandeurs électriques, il importe que les appareils les fournissant dévient selon la même loi en tout point de leur échelle; l'idéal reste encore les appareils thermiques de précision (à thermocouple).

Les mesures de conductivités thermiques se classent en deux grandes catégories : statiques et dynamiques; les premières supposent établie dans le milieu une répartition de températures stabilisée dans le temps, les secondes, une répartition en évolution, ce qui exige la connaissance de la chaleur spécifique. On a préféré, pour atteindre $\lambda$, un procédé statique (qui fournit d'ailleurs $\rho\lambda$, forme sous laquelle ce paramètre intervient essentiellement dans les formules) et qui, est, à la base du moins, la méthode de Kohlrausch.

Rappelons que l'équation (2) donnait la répartition des températures dans un barreau cubique de section unité, soumis à l'écart extrême $T_2 - T_1$,

$$T = T_1 + (T_2 - T_1)x + \frac{\rho I^2 x}{2\lambda}(1 - x).$$

Si $T_1 = T_2 = T_0$

$$T = T_0 + \frac{\rho I^2 x}{2\lambda}(1 - x); \tag{147}$$

$T$ passe par un maximum lorsque $x = \frac{1}{2}$, c'est-à-dire au centre du barreau, soit

$$T_m = T_0 + \frac{\rho I^2}{8\lambda} = T_0 + \frac{u^2}{8\rho\lambda} \tag{148}$$

($u$ est la tension $\rho I$ entre les extrémités).

Inversement,

$$\rho\lambda = \frac{u^2}{8(T_m - T_0)}; \tag{149}$$

$\rho\lambda$ apparaît ainsi dépendant d'une mesure de tension $u$ et d'une mesure d'échauffement $(T_m - T_0)$. $u$ représente une valeur efficace intervenant au carré, il est donc primordial d'en obtenir une évaluation correcte, compte tenu de ce qui vient d'être indiqué; c'est pour ce faire que nous utilisons maintenant un millivoltmètre thermique amplificateur, le courant étant assez déformé, surtout par des harmoniques impairs, à la sortie du générateur stabilisé à fer saturé. C'est ainsi que si $h$ est le taux d'harmonique 3, le facteur $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ devient $\frac{2\sqrt{2}\left(1 + \frac{h}{3}\right)}{\pi\sqrt{1 + h^2}}$; un appareil à redresseur conduit donc à une surévaluation de $u$ et, partant, de $\rho\lambda$.

La mesure la plus délicate est celle de $(T_m - T_0)$, ou plutôt, le point délicat est l'obtention de la véritable valeur de $T_m$, liée à l'adiabatisme absolu du barreau sur ses faces latérales. On rend généralement $T_0$ égale à l'ambiante; de ce fait, l'erreur sur $T_m$ sera par défaut, et celle sur $\rho\lambda$ par excès.

Pour des matériaux de forte émissivité infrarouge, le coefficient de déperdition par rayonnement à l'ambiante est voisin de 0,5 mW/cm².deg; c'est à peu près aussi celui de déperdition par conduction et convection en air calme, ce qui donnerait en tout, pour un barreau dans l'air

$$\varsigma = 1 \text{ mW/cm}^2.\text{deg}. \tag{150}$$

Ces données seraient utilisables telles quelles pour un barreau isolé dans l'espace, mais la présence des pièces de maintien de l'appareil perturbe sensiblement les conditions de déperdition, et le coefficient $\varsigma$ n'est plus qu'un ordre de grandeur.

La puissance électrique dépensée dans le barreau, de longueur $l$ et de section $\mathfrak{A}$, et évacuée par ses deux extrémités est

$$W = \frac{8(\rho\lambda)\mathfrak{A}(T_m - T_0)}{\rho l}. \tag{151}$$

En mettant la perte latérale globale, intégrale des pertes variables selon les points de la surface, sous la forme très approximative

$$P \sim A\varsigma l\sqrt{\mathfrak{A}}(T_m - T_0), \tag{152}$$

on voit que le défaut d'adiabatisme, représenté grossièrement par

$$\frac{P}{W} \sim \frac{A\rho\varsigma l^2}{8(\rho\lambda)\sqrt{\mathfrak{A}}}, \tag{153}$$

serait proportionnel à $\varsigma$ et à $\frac{l^2}{\sqrt{\mathfrak{A}}}$. Pour réduire $l^2\varsigma$, des mesures très précises exigent la mise du barreau sous vide moléculaire et des écrans réflecteurs de rayonnement; malheureusement, ce procédé est impraticable pour des contrôles courants; on se borne à bourrer un isolant souple autour du barreau; notons en passant que, à température élevée, les pertes par rayonnement, qui croissent comme le cube de la température, deviennent prépondérantes : à 300° C, elles atteignent 4 mW/cm².deg; le vide moléculaire perd son intérêt. On peut agir facilement sur le facteur $\frac{l^2}{\sqrt{\mathfrak{A}}}$, en prenant des barreaux très courts.

D'autres erreurs peuvent provenir d'une mau-

vaise détermination du centre du barreau, siège de l'échauffement maximum — ce qui est peu grave du fait même qu'il s'agit d'un maximum — ou d'un écart de température entre les extrémités. Dans ce cas, la formule montre que, pour $T_1 \neq T_2$,

$$T_m = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{u^2}{8\rho\lambda}. \tag{154}$$

Ainsi, cette erreur peut être éliminée complètement en prenant pour $T_0$ la moyenne de $T_1$ et $T_2$.

4.1.3.3. *Description de l'appareil* (*fig.* 45 et 46). — Le barreau soumis aux mesures, de 1 cm de

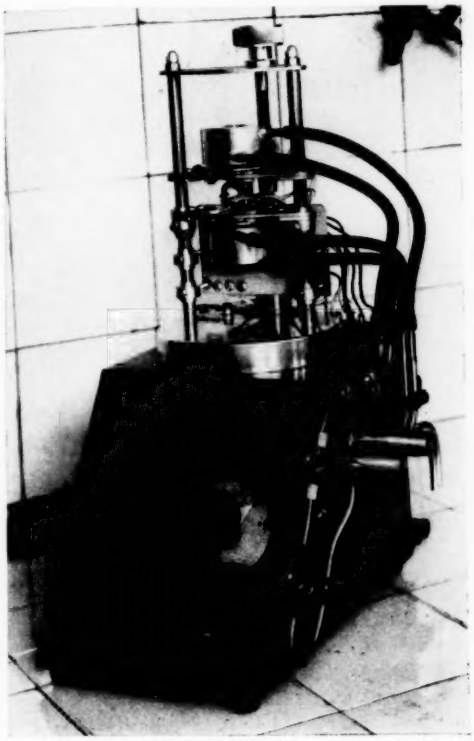

Fig. 45.

long et 20 mm² de section environ, est métallisé sur ses faces extrêmes et soudé entre les deux blocs d'argent qui constituent le cœur de l'appareil. Des résistances électriques incorporées permettent de les porter jusqu'à 300° C, tandis que des boîtes à circulation d'eau peuvent venir s'y emboîter par un trou conique rodé pour les refroidir. Un couple argent-constantan est sensible à la température de chaque bloc. La résistance en cuivre à point milieu (8) dérive une fraction négligeable du courant lancé dans le barreau. L'appareil est complété par un régulateur de tension à fer saturé (1), un autotransformateur (2) et un transformateur abaisseur (3), un ampèremètre alternatif (4) et des millivoltmètres continu (7) et alternatif (9). Un commutateur permet de réaliser toutes les combinaisons nécessitées par chaque genre de mesures.

Pour atteindre $e$, on chauffe (5) et on refroidit (6); le millivoltmètre continu est branché, soit sur les couples argent-constantan opposés, soit sur les deux blocs.

Pour atteindre $\rho$, on ajuste le courant dans l'échan-

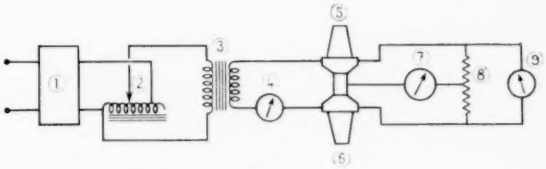


Fig. 46.

tillon au moyen de l'autotransformateur, alors que le millivoltmètre alternatif est branché sur les blocs.

Pour atteindre $\rho\lambda$, on effectue le même branchement de (5), mais on connecte (7) entre le point milieu de (8) et une sonde en cuivre enfichée au centre de l'échantillon; la tension mesurée est alors proportionnelle au pouvoir thermoélectrique, supposé connu par des expériences précédentes, et à l'écart de température $T_m - \frac{T_1 + T_2}{2}$, du fait de l'absence de toute tension thermoélectrique possible dans la chaîne (5), (8), (6), homogène en composition; de plus, cette disposition en pont annule pratiquement toute composante alternative dans (7).

4.1.4. Appareil pour la mesure de $\rho\lambda$ a haute température. — Les mesures aux températures élevées se heurtent à de graves écueils dus à l'accroissement des coefficients de déperdition, dès qu'elles font intervenir $\lambda$. Néanmoins, la variation parfois considérable du produit $\rho\lambda$ avec $T$ pour certains matériaux rend indispensable une mesure même imprécise de ce paramètre, pour formuler des prévisions valables, notamment sur le fonctionnement de thermocouples générateurs.

L'appareil en question est conçu selon le principe général du précédent. Les deux blocs, mi-argent, mi-aluminium, sont placés coaxialement dans un épais cylindre d'aluminium pouvant constituer

une enceinte isotherme à température élevée. La mise au point est en cours.

4.1.5. Appareil de mesure de l'effet Peltier (*fig.* 47). — L'appareil a été conçu pour l'étude expérimentale des différents régimes de fonctionnement d'un thermocouple envisagés au chapitre 2, à l'exclusion de ceux où $q < 0$; il n'y a donc pas lieu de revenir sur son principe, déjà amplement développé. Il s'inspire assez étroitement du schéma de principe (1).

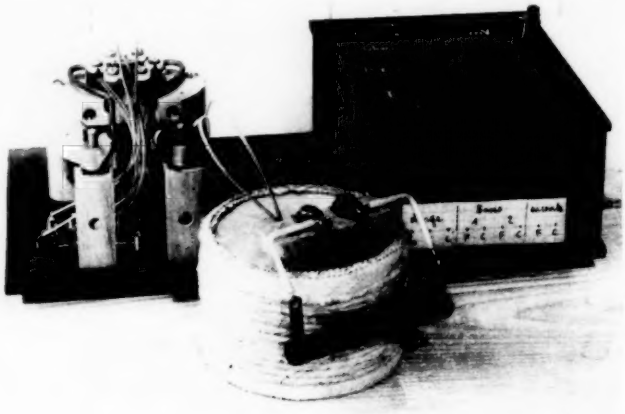

Fig. 47.

Disons simplement que l'enceinte $T_2$ est constituée d'une bande de cuivre de dimensions juste suffisantes pour couvrir les sections terminales des deux barreaux, et renfermant une petite résistance chauffante; l'enceinte $T_1$ est représentée par des plaques de cuivre épaisses sur lesquelles sont soudés les pieds du couple, plaques accolées par l'intermédiaire d'une mince feuille de mica sur une embase en aluminium à chauffage électrique; le tout peut être recouvert d'un capot épais en aluminium comportant également un chauffage; l'intérieur est généralement bourré de laine de verre.

Par le jeu de différents thermocouples auxiliaires en fils fins et d'un commutateur, il est possible de connaître les températures aux différents points du système et la tension $v$ aux bornes du couple principal.

Cet appareil est surtout utilisé pour les mesures d'effet Peltier.

### 4.2. Préparation des semi-conducteurs thermoélectriques. Appareillages spéciaux.

Les Laboratoires C.S.F. ont poursuivi leurs investigations dans des voies diverses, mais l'essentiel de leur effort a porté sur les matériaux à base de tellurure de bismuth $Bi_2Te_3$, et accessoirement sur l'antimoniure de zinc SbZn; nous croyons savoir que ce semi-conducteur appartient à l'histoire au titre de l'un des premiers corps expérimentés il y a plus d'un siècle par Seebeck, qui en vit l'intérêt particulier, mais ne sut malheureusement pas voir clair en l'avenir des thermocouples en général. Différents auteurs l'ont remis en honneur ces dernières années, et il a même fait l'objet de certaines réalisations industrielles à l'étranger; nous en terminerons avec ce composé en le mentionnant comme l'un des constituants des premières thermopiles à haute température de la C.S.F., remplacé maintenant par un corps à base de tellurure de bismuth. Ce dernier a été et est encore l'objet de maints travaux en différents pays, ce qui nous confirmerait, si besoin était, son indiscutable intérêt. Si nos laboratoires poursuivent toujours activement des études de base sur divers matériaux, les productions actuelles le concernent exclusivement, et elles seules seront évoquées dans cet exposé, au cours duquel nous examinerons les différentes phases de la préparation industrielle du tellurure de bismuth $n$ et du tellurure composé de bismuth et d'antimoine $p$.

Cette fabrication intéresse, dans une première partie, des corps cristallisés, traités par fusion, voire distillation; il en résulte d'autres corps cristallisés qui pourraient, sous certaines conditions, constituer des matériaux directement utilisables. Mais le Laboratoire de Métallurgie de la C.S.F. est principalement orienté vers la production de substances frittées; cela offre dans le cas présent

des avantages multiples et, en particulier, les suivants :

— Fabrication rapide et économique de grandes séries d'éléments, même de très petites dimensions et de formes quelconques au moyen de presses automatiques;

— Dispersion négligeable des caractéristiques;

— Résistance mécanique accrue et facilité d'usinage.

Ce dernier point est très important, surtout pour des corps comme SbZn, dur et friable, et $Bi_2Te_3$, qui se clive comme du mica.

Aussi la deuxième partie de la fabrication traite-t-elle les matériaux précédents par frittage.

Dans la première partie, les matières de base sont épurées par des moyens purement physiques, puis combinées entre elles par fusion, et les composés obtenus sont purifiés à leur tour. Cette deuxième purification peut sembler superflue, mais elle a deux buts : compléter la première, et surtout fournir des matériaux dont les composants soient en proportions stœchiométriques, ce qu'il est à peu près impossible d'obtenir par pesée avant la combinaison, compte tenu de la volatilisation de corps comme le tellure; or la condition de stœchiométrie est rigoureuse sous peine de voir les semi-conducteurs « dopés » de façon incontrôlable par un de leurs constituants même en très faible excès.

La purification s'opère par distillation sous pression réduite et « fusion de zone ».

4.2.1. Distillation sous pression réduite. — Ce procédé, actuellement utilisé pour le tellure et le bismuth, est encore en étude pour l'antimoine. Il suppose qu'à une température donnée, supérieure au point de fusion du corps, la pression de vapeur des impuretés est nettement inférieure à celle du constituant principal, qui doit être un corps simple. On fond donc le matériau dans un tube de silice, où le vide est maintenu par une pompe à palettes; le distillat vient se condenser sur une surface refroidie qui doit se trouver le plus près possible de celle d'évaporation. Les éléments critiques de l'opération sont la température de fusion, celle de condensation, et la proportion des résidus. L'ensemble, conçu pour une procédure en discontinu, permet de remplir et de soutirer commodément les produits. La production d'un appareil peut atteindre 1 kg de matière purifiée par jour.

4.2.2. Fusion de zone. — 4.2.2.1. *Principe.* — Le développement prodigieux des semi-conducteurs au cours de ces dernières années a exigé la production de quantités toujours accrues de matières d'une pureté toujours plus poussée; corollaire de ce phénomène, la physique moderne des solides, en même temps qu'elle se faisait plus exigeante quant à la pureté, donnait aux savants de nouveaux moyens de la contrôler, moyens qui laissent loin derrière eux les possibilités de la spectrographie. Cela appelait de nouvelles méthodes de purification, au nombre desquelles la fusion de zone occupe une place de choix.

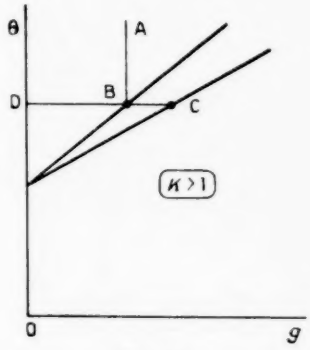


Fig. 48.

A ce procédé, né à notre connaissance en 1952, reste attaché le nom de Pfann; d'autres auteurs dont Gulliver, Schener, Hayes et Chipman en avaient, bien des années auparavant d'ailleurs, établi les bases mathématiques.

Rappelons brièvement les principes de cette sorte de « cristallisation fractionnée continue ».

Considérons dans une nacelle allongée de section constante (que nous choisirons pour la commodité égale à l'unité), une substance solide renfermant une certaine impureté à une faible concentration $g_0$. Le diagramme thermique de ce mélange affecte au voisinage des concentrations nulles, l'allure de la figure 48 ou celle de la figure 49, cette dernière beaucoup plus usuelle; cela signifie que, lorsqu'on solidifie lentement par refroidissement un mélange fondu selon la droite AB, les premiers cristaux qui apparaissent ont une concentration figurée par le point C, telle que $\frac{DC}{DB} = K$; nous supposerons dans la suite $K < 1$.

Un dispositif chauffant maintient en fusion une certaine zone de longueur $z$ du solide, et lui imprime une translation longitudinale d'une vitesse telle que la diffusion ait le temps d'homogénéiser le liquide, tout en n'ayant pas le temps de se produire de façon

appréciable dans le solide. Si la concentration dans la zone est $g$, lorsqu'elle avance de d$y$, abandonnant en arrière une partie solidifiée de concentration K$g$ et liquéfiant en avant une portion équivalente de

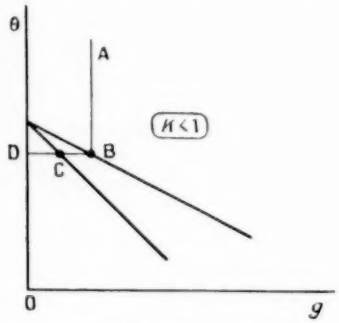


Fig. 49.

concentration $g_0$, sa concentration propre s'accroît de

$$\frac{g_0 - \mathrm{K}g}{z}\,\mathrm{d}y, \tag{155}$$

d'où

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = \frac{g_0 - \mathrm{K}g}{z}. \tag{156}$$

L'intégrale de cette équation satisfaisant à la condition ($y = 0$, $g = g_0$) est

$$g = g_0\left[\frac{1}{\mathrm{K}} + \left(1 - \frac{1}{\mathrm{K}}\right)e^{-\frac{\mathrm{K}y}{z}}\right]. \tag{157}$$

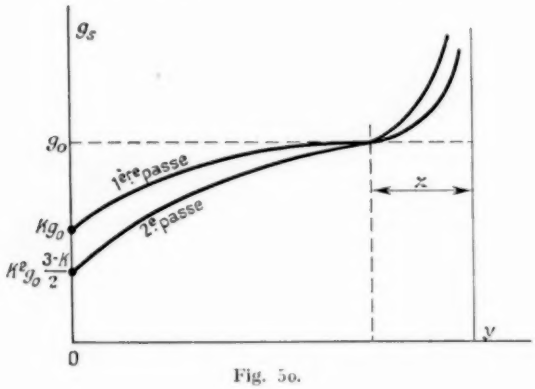


Fig. 50.

La concentration dans le lingot solidifié en arrière de la zone est multipliée par K

$$g_s = g_0\left[1 - (1 - \mathrm{K})\,e^{-\frac{\mathrm{K}y}{z}}\right]. \tag{158}$$

En fin de course de la zone, enrichie progressivement en impuretés, la concentration croît très rapidement sur une distance égale à $z$ (*fig.* 50).

Supposons maintenant qu'une seconde zone prenne le relais de la première. Elle commence à fondre une zone de longueur $z$ (en tête) dont la concentration sera sensiblement la moyenne entre K$g_0$ et $g_s(z)$ soit

$$\mathrm{K}g_0\left(\frac{3 - \mathrm{K}}{2}\right). \tag{159}$$

La première portion solidifiée aura pour concentration

$$\mathrm{K}^2 g_0\left(\frac{3 - \mathrm{K}}{2}\right), \tag{160}$$

et le phénomène se poursuivra comme lors du premier passage. La zone fondue, de concentration $g$ abandonne une longueur d$y$ solidifiée de concentration K$g$ et en fond une de concentration

$$g_0\left[1 - (1 - \mathrm{K})\,e^{-\frac{\mathrm{K}(y+z)}{z}}\right]. \tag{161}$$

D'où

$$\frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}y} = \frac{g_0\left[1 - (1 - \mathrm{K})\,e^{-\frac{\mathrm{K}(y+z)}{z}}\right] - \mathrm{K}g}{z}. \tag{162}$$

L'intégrale de cette équation satisfaisant à la condition $\left(g = \mathrm{K}g_0\frac{3 - \mathrm{K}}{2},\ y = 0\right)$ est

$$g = g_0\left[\frac{1}{\mathrm{K}} + \left(\frac{\mathrm{K}(3 - \mathrm{K})}{2} - \frac{1}{\mathrm{K}} - (1 - \mathrm{K})\,e^{-\mathrm{K}\frac{y}{z}}\right)e^{-\frac{\mathrm{K}y}{z}}\right]. \tag{163}$$

La concentration dans le lingot solidifié en arrière de la zone est multipliée par K

$$g_s = g_0\left[1 + \left(\frac{\mathrm{K}^2(3 - \mathrm{K})}{2} - 1 - \mathrm{K}(1 - \mathrm{K})\,e^{-\mathrm{K}\frac{y}{z}}\right)e^{-\frac{\mathrm{K}y}{z}}\right]. \tag{164}$$

Cette nouvelle courbe est située sous la première, sauf dans le domaine de longueur $z$, situé en queue de nacelle, où les impuretés se concentrent.

Il nous paraît inutile de poursuivre les calculs — dont la complication s'accroîtrait d'ailleurs pour un maigre profit — dans le cas des passages ultérieurs. On voit d'ores et déjà que la concentration en impuretés diminue en tout point de la nacelle (sauf en queue) après chaque passage, cela d'autant plus qu'on est près de la tête et que la longueur des zones est plus grande; en effet, après le premier

passage,

$$(165)\qquad \frac{dg_s}{dz} = -\frac{g_0(1-\mathbf{k})\mathbf{k}\,e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}}}{z^2} < 0;$$

après le second,

$$(166)\qquad \frac{dg_s}{dz} = g_0\,e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}}\frac{\mathbf{k}y}{z^2} \times\left[(1-\mathbf{k})e^{-\mathbf{k}} + \mathbf{k}^2\frac{(3-\mathbf{k})}{2} - 1 - \mathbf{k}(1-\mathbf{k})e^{-\mathbf{k}\frac{y}{z}}\right];$$

on voit au moins que, lorsque $y$ est assez grand, le signe de cette expression est celui de

$$-\mathbf{K}(1-\mathbf{k})e^{-\mathbf{k}\frac{y}{z}} < 0.$$

On est d'ailleurs limité, dans la longueur des zones, par la vitesse de diffusion dans le liquide et par les pertes par évaporation, au niveau de la surface libre, de certains composants volatils, ce qui amène à la réduire le plus possible, en définitive.

Il est clair que, lorsque $\mathbf{K} > 1$, c'est-à-dire lorsque l'impureté élève le point de fusion du corps, le diagramme d'épuration se trouve en quelque sorte inversé, et les impuretés se concentrent en tête; mais on connaît peu d'exemples de cette nature.

Supposant encore $\mathbf{K} < 1$; imaginons maintenant un lingot dépourvu de toute impureté. Dans une première zone fondue, en tête, on introduit une fois pour toutes une certaine quantité d'impuretés amenant sa concentration à $g_0$. En cours de déplacement, la zone, dont la concentration est devenue $g$, s'appauvrit selon la loi

$$(167)\qquad \frac{dg}{dy} = -\frac{\mathbf{k}g}{z},$$

ce qui amène à

$$(168)\qquad g = g_0\,e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}}$$

et

$$(169)\qquad g_s = \mathbf{k}g_0\,e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}}.$$

Lors d'un second passage sans nouvelle introduction d'impureté, un raisonnement analogue aux précédents permettrait d'établir la loi suivante de variation de la concentration

$$(170)\qquad \frac{dg}{dy} = \mathbf{k}\left[\frac{g_0\,e^{-\mathbf{k}\frac{y+z}{z}} - g}{z}\right].$$

Admettant pour la concentration moyenne de la zone au départ la valeur $g\mathbf{K}_0\left(1-\frac{\mathbf{k}}{2}\right)$, la solution de l'équation satisfaisant aux conditions initiales est

$$(171)\qquad g = \mathbf{K}g_0\left(\frac{y}{z}e^{-\mathbf{k}} + 1 - \frac{\mathbf{k}}{2}\right)e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}},$$

$$(172)\qquad g_s = \mathbf{K}^2 g_0\left(\frac{y}{z}e^{-\mathbf{k}} + 1 - \frac{\mathbf{k}}{2}\right)e^{-\frac{\mathbf{k}y}{z}}.$$

Pour des valeurs assez faibles de K, la courbe $(g, y)$ présente un maximum très flou; la concentration en impuretés offre donc une sorte de palier sur une grande longueur du lingot, le long duquel l'impureté a été répartie presque uniformément.

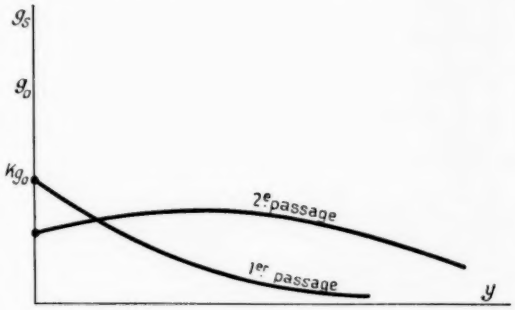


Fig. 51.

Nous avons ainsi exploré très sommairement deux principales applications de la fusion de zone; le « zone refining », ou purification par passages successifs de zones chauffantes en nombre parfois élevé; en sont justiciables les corps simples et composés renfermant une ou plusieurs impuretés, l'un des éléments pouvant jouer ce rôle dans le cas des composés, qu'on obtient stœchiométriquement parfaits; et le « zone leveling », ou homogénéisation de la concentration d'une impureté par passage d'un nombre restreint de zones. Il existe encore bien d'autres variantes d'applications dont la presse scientifique se fait journellement l'écho, mais qui sortiraient du cadre de cet exposé. Il est un aspect de la question qui ne peut cependant être passé sous silence : la partie du lingot qui cristallise en arrière des zones le fait sous un gradient thermique qui peut être assez important et dont le déplacement est lent : ce sont des conditions connues pour une cristallisation correcte; il s'ensuit que les matériaux venus de fusion de zone sont assez bien cristallisés en général.

1.2.2.2. *Réalisations* (*fig.* 52). — La mise en œuvre de la fusion de zone, utilisée surtout dans

notre laboratoire en « zone refining », exige, selon les corps soumis au traitement, des modalités d'application particulières que nous ne pouvons exposer ici. Nous décrirons ci-après les fours qui représentent l'aboutissement de nos travaux depuis le commencement de cette étude. Ils sont chauffés par rayonnement infrarouge, ce qui offre l'avantage de fondre la zone dans un tube en silice transparente dont les

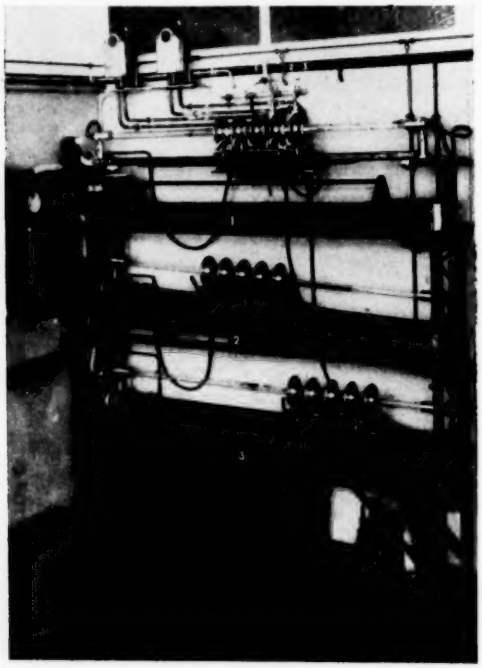

Fig. 52.

parois sont plus chaudes que le liquide : ainsi les vapeurs ne peuvent s'y condenser à ce niveau, ce qui autorise l'observation. Nous utilisons aussi accessoirement un four à chauffage par induction à haute fréquence; mais, la chaleur étant produite *in situ*, les parois du tube sont plus froides à ce niveau et la condensation peut y obstruer le champ de vision; cependant, les courants d'induction dans les zones liquides ont l'avantage d'opérer par le jeu des forces électrodynamiques un certain brassage de la matière favorable à son homogénéisation; de plus, la matière, plus chaude que les parois, risque moins la contamination.

Un plateau rigide, capable de basculer autour d'un axe horizontal d'un angle de ± 6° (pour compenser la tendance de certains matériaux à augmenter de volume en tête ou en queue, ce qui équivaut à un véritable transport de matière) supporte :

— un tube de silice, jouant le rôle de moufle, et dans lequel on peut établir l'atmosphère désirée,

— un rail qui lui est parallèle, guidant un équipage mobile, organe de chauffage, entraîné par une vis sans fin et porteur de cinq éléments chauffants.

Des frotteurs de part et d'autre du chemin de roulement assurent l'arrivée du courant, et une circulation d'eau maintient les supports d'éléments à une température raisonnable. Un changement de vitesse très simple à pignons permet d'entraîner à vitesse réglable la vis sans fin par un moteur asynchrone de faible puissance.

S'il n'y a rien de particulier à dire du chauffage à induction, très répandu, surtout en fusion de zone, nous nous attacherons, par contre, au chauffage à rayonnement (*fig.* 52). Chaque élément consiste en une spire chauffante plate coaxiale avec le tube; son rayonnement est concentré sur l'axe par des coquilles réflectrices; selon la nature de la spire, variable avec les fours, RNC ou platine rhodié traité en surface, la puissance rayonnée peut atteindre 400 ou 700 W. Sur un plan tout à fait pratique, les fours à rayonnement ont l'avantage du prix de revient et de la sécurité (alimentation à 50 Hz sous 24 V); chacun peut traiter, à chaque passage de cinq zones, jusqu'à 400 g de produit.

Pour évaluer les possibilités de production d'une installation, il est essentiel de tenir compte des facteurs suivants :

*a.* Les queues de lingots de corps simples, enrichies en impuretés, ne peuvent plus être traitées par « zone refining », théoriquement, dès que le point figuratif de la concentration dans la zone fondue atteint celui d'une discontinuité du diagramme thermique, et pratiquement, bien avant; mais on peut les soumettre à nouveau à la distillation;

*b.* Les matériaux finals, corps composés, ont subi plusieurs traitements successifs, au cours desquels se sont accumulés des déchets qui ne peuvent, eux, être soumis à la distillation.

4.2.2.3. *Exemples de corps soumis au « Zone refining ».* — Le tellurure venu de distillation et coulé en lingots allongés, présente une résistivité élevée de l'ordre de 300 mΩ/cm, mais variable erratiquement le long du lingot; après passage de quelques zones, la courbe donnant la résistivité en fonction

de l'abscisse longitudinale subit les déformations représentées sur la figure 53. A la fin, on obtient une courbe à peu près plate terminée par une chute brusque, marquant la zone de concentration des impuretés résiduelles.

Un œil exercé peut déceler facilement sur un lingot de tellurure de bismuth venu de zone refining une barrière $\frac{p}{n}$ située vers la queue. Le gros du lingot a un pouvoir $e$ voisin de $+200$ μV/deg, qui, en l'espace de quelques millimètres, change de signe, ce qui est visible avec le palpeur à pointes; en même temps la résistivité passe généralement par un maximum à ce niveau. On ne retient que la portion de tête en production.

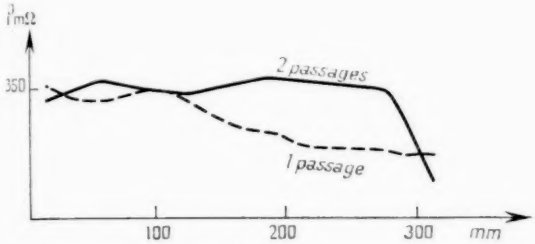

Fig. 53.

1.2.3. Combinaison des éléments par fusion. — Cette opération se retrouve deux fois au cours de la fabrication : la première, pour former les composés de base $Bi_2Te_3$ et $Sb_2Te_3$ à partir de leurs éléments, la seconde, après passage à la fusion de zone, pour mélanger ces deux corps avec des dopants et préparer ainsi le corps $p$.

Dans un tube de silice transparente renfermant les matériaux, est établi d'abord un vide préliminaire, puis une rentrée de gaz neutre est faite sous une pression légèrement supérieure à l'ambiante, pour compenser de légères fuites éventuelles. La fusion s'opère en agitant le tube pour assurer un mélange intime.

1.2.4. Matériaux frittés. — Ainsi qu'il a déjà été évoqué au cours de ce chapitre, l'orientation générale du Laboratoire de Métallurgie jointe aux servitudes inhérentes aux semi-conducteurs cristallisés nous ont dirigés assez rapidement vers les matériaux frittés, quitte à sacrifier au besoin les records de performances au profit de la reproductibilité, de la « reliability » comme l'usage courant l'a consacrée maintenant.

Selon le processus classique, les matériaux fondus sont broyés, homogénéisés par tournage ; la poudre est tamisée, étuvée et moulée sous haute pression dans un moule ordinaire ou avec une presse automatique. Les barreaux sont enfermés dans un matras scellé et frittés dans un moufle épais en alliage spécial d'aluminium garantissant l'isothermie de tous les points du matras.

Les produits obtenus sont conformes aux normes approximatives suivantes :

— Tellurure de bismuth

$$e \sim -180\ \mu V/deg,$$
$$\rho\lambda \sim 2.10^{-9}\ V^2/deg,$$
$$Z \sim 16.10^{-4}\ deg^{-1};$$

— Tellurure de bismuth et d'antimoine

$$e \sim +150\ \mu V/deg,$$
$$\rho\lambda \simeq 15.10^{-6}\ V^2/deg,$$
$$Z \sim 15.10^{-6}\ deg^{-1}.$$

Il est curieux de noter que le matériau $n$ est obtenu à partir d'un matériau cristallisé $p$.

Les barreaux ainsi préparés, soumis au besoin à une rectification, sont prêts à constituer des thermopiles fonctionnant, soit en effet Peltier, soit en effet Seebeck.

1.2.5. Assemblage des thermopiles. — Bien qu'il ait été envisagé la réalisation en une seule série d'opérations d'un ensemble complet de thermopile, par pressage simultané des deux matériaux semi-conducteurs $n$ et $p$, des isolants et des connexions, la fabrication actuelle n'en est pas encore à ce stade.

Des barreaux alternativement $n$ et $p$ sont empilés, à la manière des briques d'un mur en maçonnerie, avec un liant et des intercalaires isolants, de façon à constituer une sorte de faisceau parallélépipédique renfermant un nombre pair de barreaux.

Le liant une fois pris, les faisceaux passent sur une tronçonneuse qui les découpe en tranches de l'épaisseur d'une pile; chaque tranche affecte ainsi l'aspect d'un échiquier, où les cases noires seraient par exemple figurées par les faces terminales des barreaux $n$ et les cases blanches, par celles des barreaux $p$.

L'opération suivante est la mise en série électrique des barreaux pour constituer la série de couples élémentaires évoqués au chapitre 2. Le circuit dans la pile figure une grecque continue, à la fois en coupe et en plan, et il aboutit à deux connexions situées sur une même face à deux angles consécutifs (*fig.* 54). Après une métallisation des deux faces de chaque pile par un procédé fonction de sa température d'utilisation, les ponts sont soudés.

Si l'opération s'est longtemps faite pont par pont, elle est ainsi impraticable dans une fabrication industrielle, aussi soudons-nous actuellement sur chaque face une feuille métallique qui la recouvre complètement.

Ensuite, les piles sont passées sur le plateau d'une petite rectifieuse qui, à l'aide d'une meule rapide, creuse des sillons individualisant les ponts.

Enfin, on soude des tresses de cuivre souples sur les connexions, qui se trouveront, en service, toujours placées du côté de l'enceinte réceptrice de chaleur $T_1$, évoquée au chapitre 2.

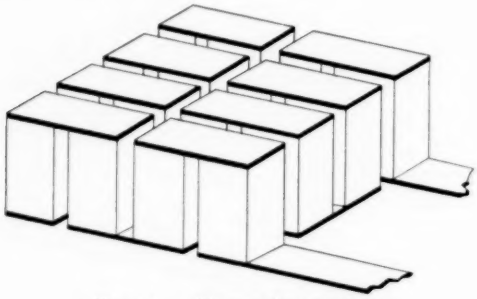

Fig. 54. — Thermopile complète.

## 4.3. Réalisations pratiques et utilisations.

Rappelons les quatre modes de fonctionnement des couples et piles thermoélectriques :

— Génération de courant par apport de chaleur;
— Génération de courant par réfrigération;
— Réfrigération par apport d'énergie électrique;
— Chauffage par apport d'énergie électrique.

Seuls deux de ces modes ont été pratiquement mis en œuvre en laboratoire; la génération de courant par apport de chaleur et la réfrigération par apport d'énergie électrique.

Des expériences de base ayant pu être conduites sur couple élémentaire fonctionnant en effet Peltier, il nous paraît logique de faire précéder la revue des applications, de l'exposé des résultats de ces expériences, effectuées avec l'appareil décrit au § 4.1.5. Les mesures en question n'ont pu malheureusement réunir les conditions idéales de la théorie, néanmoins, elles nous paraissent intéressantes comme référence pour évaluer ensuite les possibilités limites des thermopiles, qui ne peuvent jamais opérer dans des circonstances aussi favorables, comme il a été précédemment démontré; précisément, les écarts entre les performances du couple idéal, celles du couple pratique et celles des thermopiles donneront une idée très nette de l'influence des servitudes de montage sur les résultats [4].

4.3.1. Réfrigération Peltier. — 4.3.1.1. *Couple élémentaire.* — Le couple, formé de deux barreaux de 1 cm de long, avait une dimension caractéristique de 0,3 cm. La procédure des mesures ayant été déjà amplement décrite, nous nous bornerons à présenter les résultats; ajoutons simplement que l'embase de l'appareil et le capot avaient leurs températures stabilisées à une même valeur $T_1$.

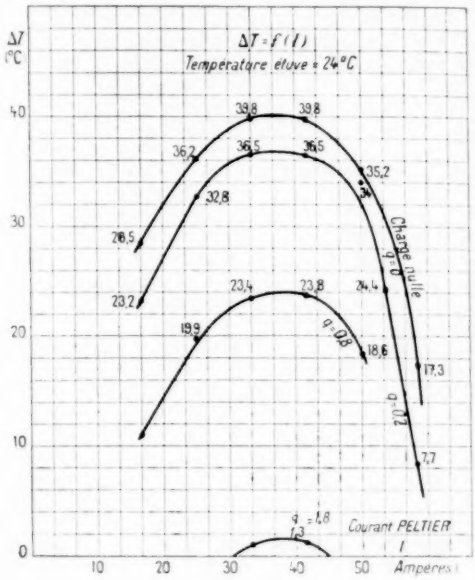


Fig. 55.

La première série de réseaux de courbes montre les variations de l'abaissement de température $\Delta T = T_1 - T_2$ avec l'intensité spécifique $I$ pour différentes valeurs de la charge thermique $q$; un réseau est tracé pour chaque valeur de $T_1$, correspondant successivement à 24, 50, 75 et 100° C. Les maximums sont évidemment les pendants du minimum de la courbe théorique ($T_2$, $I$) (*fig.* 55, 56, 57, 58).

La deuxième série de réseaux montre les variations du rendement $\eta_p$, compté positivement pour la commodité, avec l'abaissement de température $\Delta T$ pour les mêmes valeurs de $q$ et de $T_1$ que les premiers réseaux; les courbes ne sont intéressantes que dans leur portion à dérivée négative, correspondant à la définition de l'équation (61); en effet, pour une valeur donnée de $\Delta T$, on choisit naturellement celle des deux valeurs de $\eta_p$ qui est la plus élevée.

[4] Étude menée en collaboration avec les ingénieurs de la « Section Recherches et Essais du S.T.T.A. » (Contrat 8686/57).

Ces courbes montrent que, au voisinage du maximum de $\Delta T$, $\eta_p$ croît très rapidement au prix d'une chute

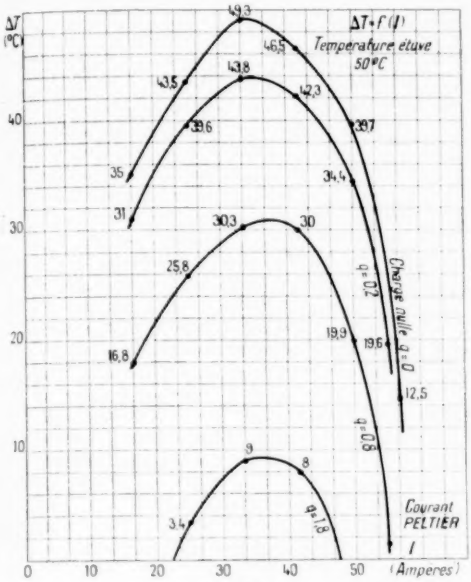


Fig. 56.

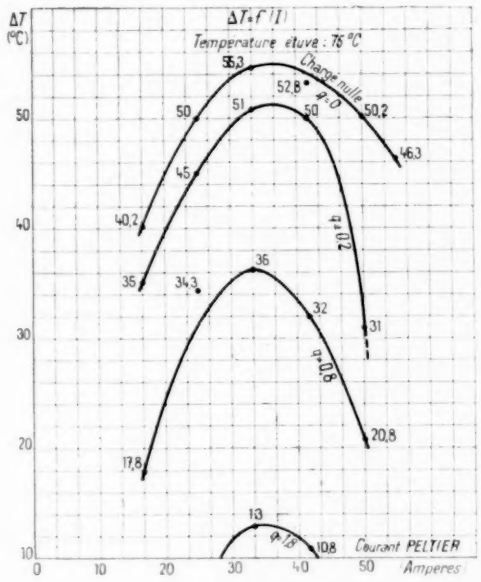


Fig. 57.

minime de $\Delta T$; de ce fait, le point optimal de fonctionnement peut, en pratique, n'être pas forcément celui du maximum, car il est intéressant de multiplier le rendement par un facteur pouvant parfois atteindre 2, en perdant seulement quelques degrés.

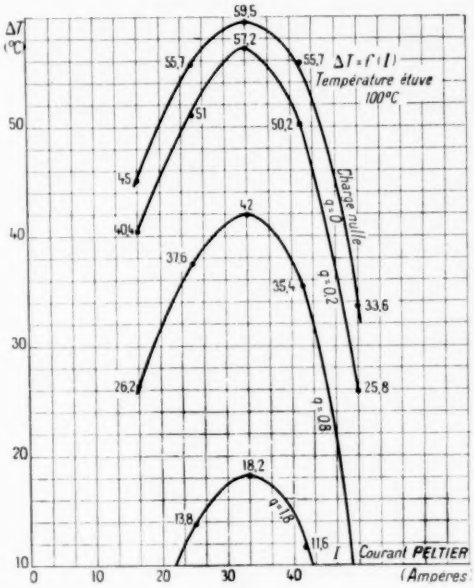


Fig. 58.

Comme les courbes de la première série ne sont utiles qu'en une zone très restreinte, sauf peut-être

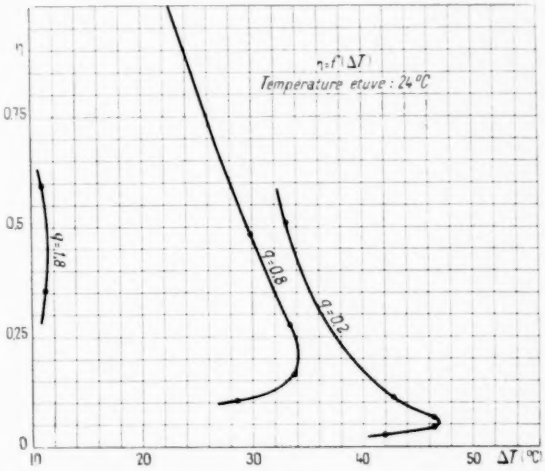


Fig. 59.

pour leur application à des systèmes bi-étagés, travaillant généralement avec des rendements individuels élevés, nous leur préférons pour l'usage courant le réseau de la figure 63 montrant pour les

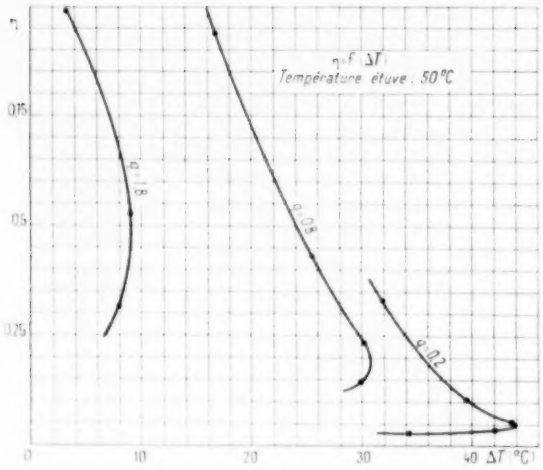


Fig. 60.

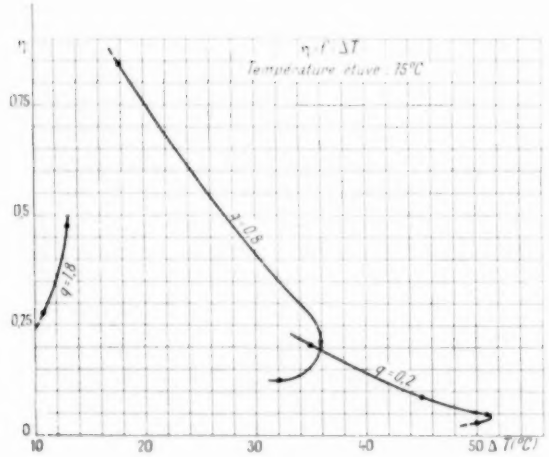


Fig. 61.

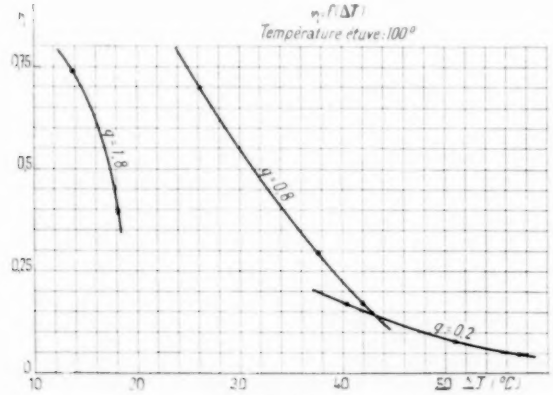


Fig. 62.

mêmes températures $T_1$ les variations de $\Delta T$ avec la charge $q$ au maximum et en un point de fonctionnement à rendement amélioré correspondant à une intensité réduite en moyenne de 20 %.

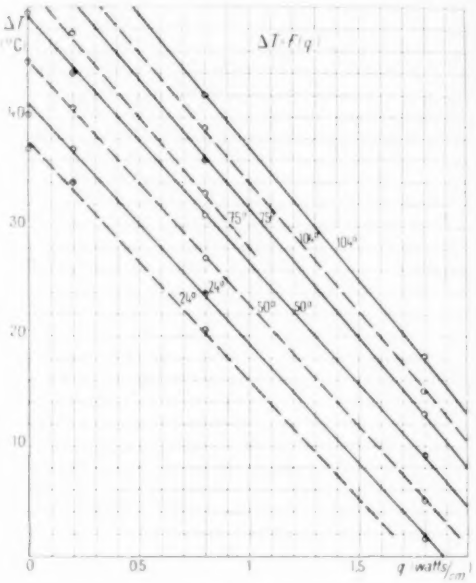


Fig. 63.

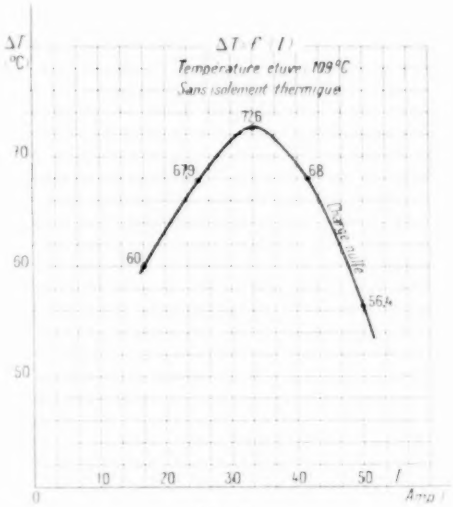


Fig. 64.

Enfin, une dernière courbe a été tracée avec le même couple dépourvu de tout isolement thermique, capot de l'appareil enlevé; on voit combien $\Delta T$ est

accru lorsqu'il amène $T_2$ au voisinage de l'ambiante $T_0$ (*cf.* chap. 2).

A titre de comparaison, une batterie de piles, où l'influence néfaste des contacts thermiques imparfaits est contrebalancée par la faiblesse relative de la conductance parasite $\sigma_0$, donne, à partir de 100° C, et ce dans une enceinte thermostatée à $T_1$, un abaissement de température maximum supérieur à 50°; tandis qu'avec un rendement de 55 % cet abaissement est encore de 25°.

1.3.1.2. *Réfrigérateur de démonstration.* — Cet ensemble, présenté à titre de curiosité à plusieurs expositions scientifiques au cours de ces dernières années, est essentiellement constitué par sept couples radiaux, noyés dans une résine et formant une petite cuve refroidie par les sept jonctions internes; la chaleur est évacuée au niveau des jonctions externes par une circulation d'eau.

En quelques minutes, une puissance de quelques watts peu congeler les 1 ou 2 cm³ d'eau de la cuve; si l'on inverse le courant, le bloc fond le long de ses faces latérales et est éjecté sous l'action d'un ressort.

Ce réfrigérateur de démonstration n'a pas encore donné lieu à un développement dans le secteur ménager, car son rendement, comparable à celui des appareils à absorption, est loin de celui des appareils à compression. Toutefois, ce dispositif offre l'avantage d'être statique et de petites dimensions, ce qui fait tout son intérêt pour de nombreuses applications spéciales.

1.3.1.3. *Microréfrigérateur pour cellule infrarouge.* — Certaines cellules photoélectriques au sulfure de plomb se présentent sous forme d'un vase de Dewar, dans lequel la surface sensible occupe le fond; cette disposition a pour but de faciliter la réfrigération qui en améliore les caractéristiques. Si un abaissement de température relativement faible peut suffire, l'effet Peltier à un seul étage donne la solution.

Un thermocouple coaxial prolongeant un conducteur coaxial en cuivre présente en bout une rondelle de cuivre refroidie, qu'une pâte silicone met en contact avec la surface sensible de la cellule. La chaleur dissipée à la jonction chaude (une fraction de watt) est conduite par le cuivre et évacuée dans l'air par un ailettage en aluminium. Cette sonde réfrigérante peut abaisser de plus de 37° la surface sensible.

1.3.1.4. *Réfrigération des ensembles électroniques miniaturisés (transistors).* — Le développement de l'électronique moderne, dont la miniaturisation toujours plus poussée est un aspect capital, conduit à des densités d'énergie dissipée considérables, énergie élévant la température des pièces détachées à des niveaux qui en compliquent la conception, et qui doit être évacuée. Cet aspect de la question n'est pas négligé dans les ensembles électroniques sérieux, maintenant conçus en vue de cette évacuation, qui pose essentiellement des problèmes de conductance thermique au sens le plus général. Mais, lorsqu'on ne dispose pas dans l'enceinte où travaille l'appareil, d'une source de chaleur ballast à une température inférieure à la limite de fonc-

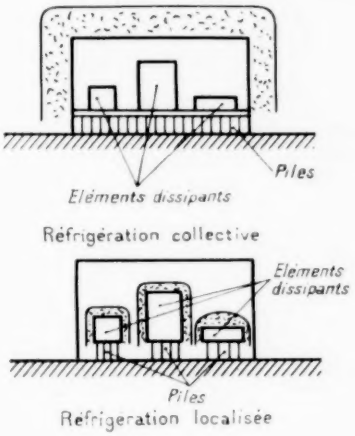


Fig. 65.

tionnement des pièces détachées, le problème demeure sans solution avec tout dispositif équivalant à une conductance thermique passive. S'il ne peut être question de mettre en œuvre un réfrigérateur de type classique, capable d'évacuer la chaleur vers une source plus chaude, l'effet Peltier s'impose.

On peut songer à réfrigérer l'ensemble d'un appareil, en dépensant une puissance assez grande, d'ailleurs, pourvu que ce dernier soit conçu de façon telle que la chaleur y soit drainée correctement (c'est-à-dire sans chute de température importante de l'endroit où elle prend naissance vers un collecteur général refroidi. L'effet Peltier, qui autorise une action très localisée peut être appliqué, et ce exclusivement, aux éléments à température limite critique mais, là encore, la chaleur évacuée par les piles doit parvenir à un collecteur général, ce qui revient pratiquement au même, sinon que la puissance mise en œuvre sera plus faible, parce que plus judicieusement utilisée (*fig.* 65).

De toute façon, les pièces dissipantes thermo-

sensibles doivent être rassemblées près du collecteur de chaleur, qu'il leur soit directement accolé et réfrigéré par une batterie de piles, ou qu'il serve à l'évacuation de la chaleur des piles élémentaires. Ainsi, quel que soit le système adopté, il nous paraît qu'une conception particulière de l'appareil s'impose.

Dans le cas particulier des transistors usuels, il est recommandé de ne pas dépasser 80° C sur la pastille de germanium. Les transistors sont caractérisés par la résistance thermique de la connexion interne reliant la base au boîtier, qui seul est accessible. Entre autres différences, dans les éléments dits « de puissance », cette connexion est le siège d'un faible écart thermique à la dissipation maximum; il suffira donc de refroidir l'embase du boîtier à 70° C, pour fixer les idées; dans les autres éléments, cet écart peut atteindre une trentaine de degrés, ce qui oblige à refroidir le boîtier à 50° C, mais, il est vrai, avec une faible dépense d'énergie.

Ces considérations générales développées, nous allons passer en revue quelques expériences particulières.

1° *Ensemble de quatre* SFT 100. — Quatre transistors de la classe SFT 100 peuvent constituer un ensemble amplificateur complet, comportant par exemple une sortie en push-pull.

Quatre boîtiers de SFT 100, pourvus, en lieu et place de l'élément au germanium, d'une petite résistance chauffante, ont été montés ensemble dans une boîte étanche remplie de glycol, dont le fond était constitué d'une thermopile, munie de ponts de jonctions froides en forme d'ailettes plongeant dans le liquide. Ce dispositif était monté dans une enceinte isotherme à 100° C, thermopile en position haute pour favoriser les courants de convection dans le glycol.

Les courbes de la figure 66 montrent les variations de l'abaissement de la température d'un petit thermocouple collé sur la paroi latérale de la boîte, en fonction de la puissance globale dissipée par les quatre pseudo-transistors, ce avec la boîte nue, puis calorifugée.

2° TJN 300. — Le TJN 300 est un transistor de puissance qui offre une matière de choix à la réfrigération Peltier; pour l'adapter à des thermopiles, on a soudé à froid son embase, tige de fixation tronçonnée, sur une semelle de cuivre; lui-même était calorifugé par de la laine de verre.

Dans une ambiante de 80° C, alors que la platine collectrice de chaleur est à 110° C, l'embase du transistor ne dépasse pas 65° C sous une dissipation de 2,5 W.

Dans une ambiante égale à la température du collecteur, soit 100° C, l'abaissement est de 30° pour une puissance dissipée de 2,5 W et un rendement de 0,27; il est de 23° quand le rendement monte à 0,43.

Cette série d'exemples est loin d'être limitative. D'autres essais sont en cours, à la demande de nouveaux utilisateurs qui découvrent dans l'effet Peltier la solution possible de leurs problèmes.

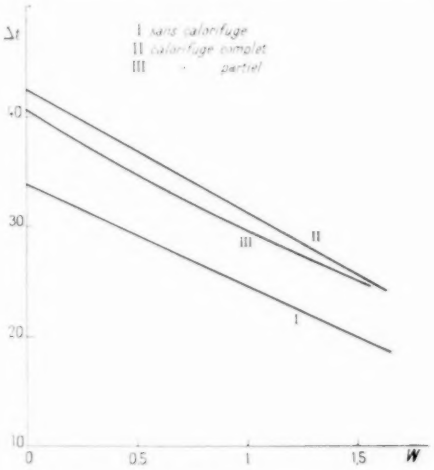


Fig. 66.

Toutefois, dans l'état actuel de la technique, ce mode de réfrigération est surtout applicable lorsque les puissances en jeu sont faibles et qu'on veut éviter les réfrigérateurs classiques, dont l'encombrement n'est alors plus à l'échelle.

4.3.2. Génération de courant par effet Seebeck. — 4.3.2.1. *Avant-propos.* — Transformer la chaleur en énergie électrique revient à utiliser une source de chaleur pour créer un gradient thermique à travers une thermopile.

D'un point de vue très général, la source, à une température absolue $T$, dégage une énergie $Q$, qui se transmet à la source froide $T_0$ à travers une conductance de déperdition $\mathcal{C}_{20}$ et aux jonctions chaudes $T_2$, à travers une conductance de collection $\mathcal{C}_{12}$ cependant qu'aux jonctions froides $T_1$, la chaleur est dirigée par la conductance d'évacuation $\mathcal{C}_{10}$ vers $T_0$ (*fig.* 67). Si le rendement théorique maximum du système est

$$\eta_M = \frac{T_2 - T_0}{T_2}; \tag{173}$$

celui de la thermopile est

$$\eta_{MP} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \tag{174}$$

En réalité, le rendement effectif $\eta_s$ sera, comme il a été calculé au chapitre 2, une faible fraction de ce dernier.

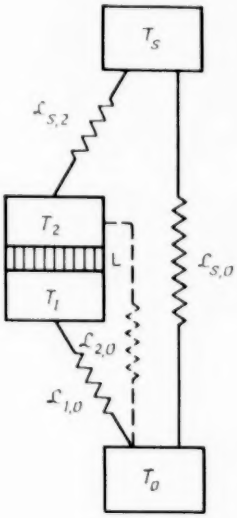


Fig. 67.

Si $L$ est la conductance de la pile, la conductance globale par laquelle s'écoule l'énergie $Q_s$ de la source est

$$\mathcal{L}_{s,0} + \frac{1}{\frac{1}{\mathcal{L}_{s,2}} + \frac{1}{L} + \frac{1}{\mathcal{L}_{1,0}}}. \tag{175}$$

L'écart de température utile est

$$T_2 - T_1 = \frac{T_s - T_0}{1 + L\left(\frac{1}{\mathcal{L}_{s,2}} + \frac{1}{\mathcal{L}_{1,0}}\right)}. \tag{176}$$

Le rendement de collection est le rapport de l'énergie $\mathcal{W}$, traversant la pile, à l'énergie globale $Q_s$

$$\frac{\mathcal{W}}{Q_s} = \frac{1}{1 + \mathcal{L}_{s,0}\left[\frac{1}{\mathcal{L}_{s,2}} + \frac{1}{L} + \frac{1}{\mathcal{L}_{1,0}}\right]}. \tag{177}$$

Si l'on s'en tient à la formule approchée du rendement thermoélectrique (45), l'énergie électrique utilisable sur l'impédance optimale est

$$\mathcal{W}_e = \frac{Z}{4}\mathcal{W}(T_2 - T_1), \tag{178}$$

soit

$$\mathcal{W}_e = \frac{Z}{4}\left[\frac{Q_s(T_s - T_0)}{\left(\left[1 + \mathcal{L}_{s,0}\left(\frac{1}{\mathcal{L}_{s,2}} + \frac{1}{L} + \frac{1}{\mathcal{L}_{1,0}}\right)\right]\right)\left(\times\left[1 + L\left(\frac{1}{\mathcal{L}_{s,2}} + \frac{1}{\mathcal{L}_{1,0}}\right)\right]\right)}\right]. \tag{179}$$

En divisant cette expression par $Q_s$, on obtiendrait le rendement hors tout de l'ensemble. En pratique, on cherche à réduire les conductances de déperdition et à accroître les autres; l'élément déterminant est la conductance de pile $L$; on voit, en

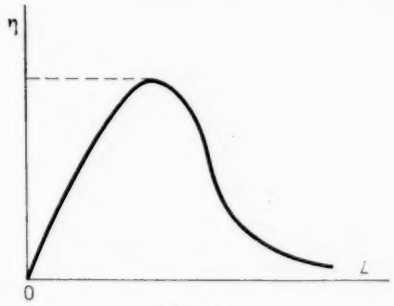


Fig. 68.

effet, que la courbe $(\eta, L)$ (*fig.* 68) passe par un maximum, qui caractérise l'adaptation optimale.

La formule générale (179) montre la voie à suivre pour réaliser un générateur thermoélectrique fonctionnant dans les meilleures conditions; elle n'a pas tenu compte des défauts de contact thermique déjà évoqués chapitre 2, ni des importantes variations de $Z$ avec $T_1$ et $T_2$, le plus souvent dans le sens d'une décroissance (ce qui oblige à concentrer les efforts sur la réduction de $\mathcal{L}_{1,0}$) ni enfin d'une conductance parasite $\mathcal{L}_{2,0}$.

4.3.2.2. *Premières piles à haute température.* — Les premières piles renfermaient un grand nombre de couples tellurure de bismuth-antimoniure de zinc, découpés et assemblés à la main dans un quadrillage séparateur isolant, analogue à une boîte à œufs miniature; un ciment spécial colmatait le tout, et une couche d'araldite imperméabilisait l'une des faces, directement refroidie par une circulation d'eau. Les ponts étaient réalisés par galvanoplastie après dépôt d'une peinture argentique entre les faces des barreaux à joindre.

Un premier type, constitué de 30 couples répartis sur 13 cm², pouvait donner une tension de 1,4 V sur une résistance de 0,5 Ω pour un écart de température de l'ordre de 300° donné par un brûleur à gaz. Le rendement que le calcul, pour des couples

nus, permettait de fixer à 3 %, tombait en réalité à 2 % du fait du shunt thermique des séparateurs, du ciment et du cadre extérieur de maintien en amiante-ciment; on le déterminait en mesurant l'échauffement et le débit de l'eau de refroidissement.

Un second type, à 128 couples, ne put fournir que 4,5 V sur 7 Ω de charge, pour un encombrement sensiblement identique.

4.3.2.3.. *Générateurs solaires* (5). — La transformation de l'énergie solaire en énergie électrique est, plus que jamais, à l'ordre du jour, et des réalisations spectaculaires ont atteint jusqu'au grand public, inondé, aux États Unis du moins, de « gadgets » à la portée des enfants. Il s'agit toujours là de photopiles au silicium (d'autres semi-conducteurs moins onéreux sont à l'étude) travaillant avec un rendement de l'ordre de 10 %, et dans lesquelles les phénomènes thermiques sont secondaires, la chaleur non transformée est simplement rejetée dans l'espace. Les photopiles à couche d'arrêt au sélénium, perfectionnement des cellules photoélectriques universellement répandues depuis fort longtemps, pour n'avoir qu'un rendement incomparablement plus faible, n'en donnent pas moins des résultats fort probants, et des firmes françaises en ont présentées en fonctionnement lors de récentes expositions.

Il est permis de se demander l'intérêt d'études sur des générateurs solaires thermoélectriques, d'un principe de fonctionnement fondamentalement différent, et qu'on jugera immédiatement, dès les premières lignes de notre exposé, comme plus lourds et plus compliqués, pour un rendement de l'ordre de 1 %. En réalité, c'est là presque un faux problème, car les deux systèmes de transformation d'énergie ne répondent pas aux mêmes besoins. S'il s'agit d'équiper un appareil portatif, voire un engin spatial, de capteurs solaires nécessairement légers, peu encombrants et de rendement élevé quel qu'en soit le prix, alors les photopiles s'imposent. S'il s'agit, disposant d'une aire de captation de coût négligeable, de tirer de l'énergie électrique au prix d'investissements les moins onéreux à puissance donnée, le générateur thermoélectrique acquiert alors tout son intérêt.

En principe, l'énergie solaire incidente se présente sensiblement sous forme d'une radiation de corps noir à 6 000° K, d'une densité variable, mais voisine, par temps clair et lorsque le soleil n'est pas trop bas sur l'horizon, de 100 mW par centimètre carré de surface réceptrice normale; si cette surface est fixe sur le sol, ce qui est presque toujours le cas, il faut faire intervenir à chaque instant le cosinus de l'angle formé par sa normale et les rayons solaires. Notons que des dispositifs auxiliaires (miroirs) peuvent multiplier par un certain facteur de concentration la densité d'énergie, ce qui améliore le rendement de la conversion.

Les éléments qui agissent sur la conductance de collection $\mathcal{C}_{s,2}$ sont les surfaces transparentes qui recouvrent le collecteur (partiellement absorbantes et réfléchissantes, mais coupant la convection avec l'atmosphère) et la nature superficielle de ce dernier, qui doit avoir un fort pouvoir absorbant de la lumière incidente.

Les éléments qui régissent la conductance parasite $\mathcal{C}_{2,0}$ sont encore les surfaces transparentes supérieures, qui rayonnent de la chaleur, les isolants thermiques du montage, et, ceci d'autant plus que la température $T_2$ est plus élevée, les pertes par émission infrarouge du collecteur, dont le noircissement doit être conduit selon des règles très précises pour réduire cette perte, en tenant compte du fait que la longueur d'onde correspondant au maximum énergétique de cette émission est 10 à 15 fois plus grande que celle du rayonnement incident (loi de Wien).

Enfin, les éléments dont dépend la conductance d'évacuation $\mathcal{E}_{1,0}$ sont les dispositifs à circulation de fluide, les ailettages, qui mettent en communication avec l'air ambiant les jonctions froides des piles.

Un premier générateur solaire de 6 ¼ dm², comprenant 16 plaques collectrices carrées de 20 × 20 cm², accolées chacune à une thermopile, a été monté et longuement expérimenté. Une circulation d'eau de ville réfrigère les jonctions froides, réduisant considérablement $L_{1,0}$. Les collecteurs sont en aluminium pur, soumis à un traitement thermochimique permettant d'absorber environ 90 % de l'énergie incidente, et réduisant le rayonnement infrarouge grâce à une émissivité inférieure à 0,15 dans ce domaine; deux plaques de verre les isolant de l'air ambiant. Un tel système atteint son optimum de rendement lorsque la conductance de pile correspond à un écart de température $T_2 - T_1$ d'une centaine de degrés; on peut alors convertir 1 % de l'énergie solaire en énergie électrique aux environs de midi.

Les études poursuivies chaque fois que le ciel, généralement troublé, de la région parisienne, le permettait, ont été riches d'enseignements quant à la tenue à la lumière des collecteurs (excellente), aux variations avec le temps des résistances de jonction, aux contacts thermiques sur les faces des

(5) Étude entreprise pour le compte de la Société d'Études et d'Applications de l'Énergie solaire, et pour le compte du Bureau d'Investissement en Afrique (B. I. A.).

piles (extrêmement critiques). Plus prosaïquement, le générateur, avec, du reste, un très faible rendement dû à la non adaptation des impédances électriques, a souvent été présenté alimentant un train électrique miniature à basse tension (photo ci-dessous) dont la locomotrice traînait allègrement une série de wagons, à la joie toujours renouvelée des expérimentateurs.

4.3.2.4. *Actinomètres.* — Les travaux sur les générateurs solaires exigent pour base un appareil capable d'indiquer à chaque instant la valeur de l'énergie incidente, ou actinomètre. En principe, l'actinomètre, considéré comme un appareil de conversion

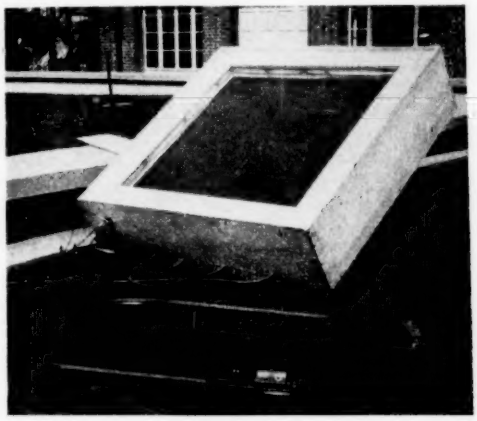

Fig. 69.

de l'énergie solaire, doit avoir un rendement de collection aussi près que possible de l'unité; l'élévation de température de la surface sensible est donc très faible, la conductance $L$ très grande, ce qui donne un rendement hors tout infime, chose sans importance, car on peut disposer d'appareils de mesure sensibles; le coefficient d'absorptivité du collecteur doit avoisiner l'unité sans préjudice de l'émissivité infrarouge.

Les appareils destinés à la mesure de la radiation incidente normale (pyrhéliomètres) ont leur surface sensible située au fond d'une sorte de puits focalisateur, qui autorise seuls les rayons directs à atteindre cette dernière. Les appareils destinés à la mesure de la radiation totale du ciel présentent leur surface sous une coupole sphérique protectrice transparente, qui est ainsi quasi normale à tous les rayons utiles. Enfin, ceux dont la glace de protection est plane et parallèle à la surface noire offrent cette dernière aux rayons de la voûte céleste dans des conditions analogues à celles d'un générateur et sont, de ce chef, particulièrement intéressantes dans ce cas (*fig.* 70).

Les appareils réalisés au laboratoire ont pour surface sensible une plaque métallique (cuivre ou aluminium) recouverte d'une mince feuille de mica métallisée au platine constituant une résistance et noircie; la plaque est collée sur une thermopile (métallique ou à semi-conducteurs) dont la tension est lue sur un millivoltmètre. Pour étalonner, on

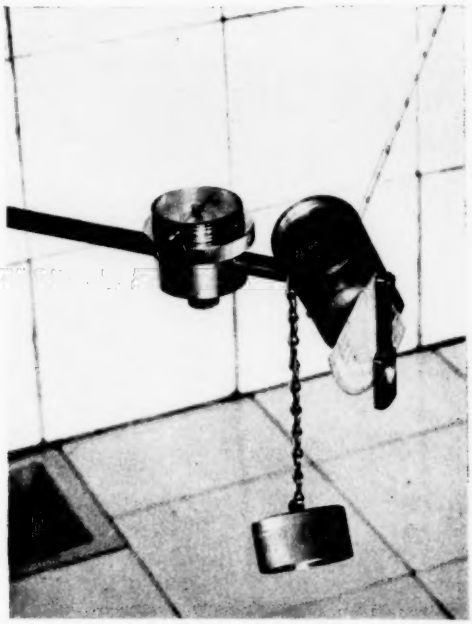

Fig. 70.

mesure l'échauffement lorsque, en l'absence de rayonnement, la plaque est soumise à un effet Joule connu dans la résistance. Ainsi, l'appareil représenté sur la photo, avec sa surface sensible de 1 cm² fournit une tension de 7 mV sous une radiation de 100 mW, pour une élévation de température de 2°. L'ensemble est orientable et un thermomètre, donnant la température des jonctions froides, permet d'opérer les corrections nécessaires lorsque l'ambiante varie sensiblement. Notons que ces appareils, à l'inverse des bolomètres, ont une forte inertie, ce qui est sans inconvénient.

4.3.2.5. *Générateur à pétrole.* — Dans un générateur à pétrole, on dispose d'une énergie $Q_1$ sous forme de gaz chauds à température $T_1$; ces derniers traversent un manchon collecteur à température $T_2$ et, partiellement refroidis, vont abandonner leurs dernières calories dans l'atmosphère, ce qui repré-

sente la conductance de déperdition $\mathcal{L}_{+0}$. Le manchon doit être conçu de façon à accroître $\mathcal{L}_{+2}$ (grande surface de contact avec les gaz) tout en assurant un tirage correct (grande section de passage); il s'ensuit une première relation entre $Q_+$ et $T_2$. On ajuste ensuite la conductance des piles de façon à maximiser le rendement, comme il a été vu précédemment.

Un appareil d'une puissance électrique de quelques dizaines de watts est en construction; son refroidissement est assuré par un ailettage.

Tous ces générateurs thermoélectriques sont équipés de piles extraplates à forte densité énergétique (plusieurs watts par centimètre carré); cette densité renforce singulièrement l'acuité des problèmes posés par les contacts thermiques sur les deux faces, surtout la froide, et par le calcul des ailettages, qui doivent être le siège d'un gradient thermique minime tout en offrant une surface d'échange suffisante. La densité pourrait être réduite par l'utilisation de piles épaisses, mais, à puissance égale, leur poids croît comme le carré de leur épaisseur; l'économie joue donc en faveur de piles aussi minces que la valeur relative des résistances électriques des jonctions le permet.

## CONCLUSION.

Depuis quelques années, à la suite des substantiels travaux entrepris sous la direction du Professeur A. Joffe, de grands laboratoires se sont activement consacrés à l'étude des phénomènes thermoélectriques qui avaient toujours constitué un domaine mineur de la physique. Tous les efforts portent sur la recherche de nouveaux matériaux à rendement énergétique élevé qui accéléreront l'utilisation industrielle de l'effet Seebeck et de l'effet Peltier. Des spéculations théoriques et de bons résultats déjà obtenus ont provoqué un véritable engouement pour les semi-conducteurs qui sont ainsi devenus le pôle d'attraction pour de nombreux chercheurs. Certains composés sont dès maintenant assez bien connus, tels diverses combinaisons des éléments Te, Se, Bi, Sb, mais la préparation, même semi-industrielle, de matériaux reproductibles, est loin d'être au point; le contrôle rigoureux de la composition des matières premières et des produits finis s'avère malaisé, qu'il s'agisse soit de déceler des traces d'impuretés intentionnellement ajoutées, soit de déterminer des écarts aux formules stœchiométriques.

Les dosages chimiques, longs et délicats, peuvent être utilisés dans une certaine mesure.

L'analyse radiocristallographique de précision est rendue difficile par la complexité de structures généralement de basse symétrie, ce qui exige un appareillage très perfectionné et, en particulier, des caméras spéciales.

Il n'est pas impossible que des mesures picnométriques de précision puissent être adoptées pour déterminer la composition de composés binaires.

L'emploi de matières premières de pureté connue est une condition essentielle, car du point de vue économique, il n'est pas possible d'avoir recours à des produits de haute pureté, toujours très chers, sauf pour des recherches de base. Mais l'utilisation de matériaux de qualité technique nécessite une purification préalable qui ne saurait être effectuée par des procédés chimiques dans le cas actuel pour des raisons de commodité. L'expérience a montré qu'elle peut être faite sans difficultés particulières par des moyens physiques (distillation sous pression réduite, fusion de zone) qui n'exigent pas d'installations compliquées.

Même si l'on dispose de matériaux semi-conducteurs valables, la réalisation en série de pièces élémentaires de signes opposés et de dimensions données, puis leur montage sous forme de thermopiles posent deux problèmes majeurs.

Une bonne solution a été apportée au premier problème par l'adoption des techniques de la métallurgie des poudres : pulvérisation des lingots, pressage automatique de pièces de forme, même très petites, frittage spécial. Les caractéristiques des matériaux frittés montrent quelquefois un léger abaissement par rapport à celles des produits fondus, mais le rendement en pièces finies est incomparablement plus élevé.

Quant au montage des thermopiles, il demeure un problème crucial dont on n'a pas encore trouvé de solutions réellement pratiques. L'assemblage en damier d'éléments $n$ et $p$ devant être électriquement isolés les uns des autres n'est déjà pas un travail rapide, mais la soudure des nombreux ponts (très souvent minuscules) destinés à mettre les éléments en série, et cela avec des résistances de contact réduites au minimum constitue à l'heure actuelle un véritable jeu de patience. Plusieurs conceptions sont en présence, mais leur réalisation est encore à l'étude. Il n'est pas exclu, pour des thermopiles de qualité moyenne mais produites en très grandes séries, d'associer un semi-conducteur et un fil d'alliage métallique, ce qui autoriserait le pressage global d'une thermopile complète.

Une restriction se manifeste au sujet des composés

à base de Bi, Sb, Te, Se auxquels il a été fait allusion plus haut, en ce sens que les soudures chaudes peuvent travailler tout au plus à 300° C. Par raison de sécurité, pour éviter la diffusion accélérée de la soudure des ponts dans les matériaux semi-conducteurs ou même la chute des caractéristiques, il y aurait intérêt, chaque fois que cela serait possible, de rester en dessous de cette température, vers 250° C par exemple. Mais même tels qu'ils sont, ces matériaux conviennent déjà à d'intéressantes applications, telles que réfrigérateurs et générateurs thermoélectriques de faible puissance.

L'étude de semi-conducteurs pour températures plus élevées, 500 à 750° C reste encore à faire, et c'est dans ce domaine que leur utilisation industrielle connaîtra un nouvel essor. Toute considération de résistance aux radiations nucléaires mise à part, la conversion directe de la chaleur en électricité dans les réacteurs atomiques paraît extrêmement séduisante. Mais nos connaissances en cette matière sont pratiquement inexistantes : ni la spéculation, ni l'expérience ne peuvent actuellement nous suggérer avec quelque précision quels composés il y aurait lieu d'employer. L'étude systématique de nouveaux semi-conducteurs s'impose donc d'urgence, avec de nouvelles techniques d'élaboration, des tracés de diagrammes thermiques, des mesures complètes de caractéristiques thermiques et thermoélectriques, enfin des expositions prolongées dans un réacteur d'essai, cela dans un double but : élever la température de fonctionnement, augmenter le facteur de mérite $Z = \frac{e^2}{\rho\lambda}$ qui plafonne actuellement vers $16.10^{-4}$ pour les matériaux déjà cités. On peut cependant espérer atteindre 25 à $28.10^{-4}$.

Enfin, au risque de se répéter, on doit mettre l'accent sur les questions technologiques qui sont au moins aussi primordiales que les études de base. Au stade actuel, la thermopile terminée et utilisable est une pièce chère, moins à cause du prix des matériaux qu'en raison de la main-d'œuvre de montage : il faut qu'une équipe de techniciens éprouvés dans l'art de « l'engineering » fasse des efforts d'imagination pour compléter les travaux du laboratoire.

Nous sommes au stade où un redoublement d'efforts s'impose, et c'est pourquoi nous remercions vivement les organismes officiels qui ont bien voulu s'intéresser à nos travaux et qui continuent à nous encourager chaleureusement (Service Technique des Télécommunications de l'Air, Bureau d'Investissements en Afrique).

## BIBLIOGRAPHIE.

A. F. Joffe, *Semi-conductor thermoelements and thermoelectric cooling*, Infosearch Ltd, London, 1957.

H. J. Goldsmid, *Use of semi-conductors in thermoelectric generators* (*Research*, mai 1955).

Maria Telkes, *The efficiency of thermoelectric generators* (*J. Appl. Physics*, déc. 1957, p. 1116).

# INFLUENCE DE LA TECHNOLOGIE ET DE LA DIFFUSION SUR LES CARACTÉRISTIQUES D'UN TRANSISTOR DU TYPE DRIFT [1]

PAR J. MERCIER,

Département Semi-Conducteurs de Saint-Égrève de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après un rappel de la théorie classique de l'effet du champ interne, l'auteur expose l'influence des conditions technologiques sur les performances d'un transistor du type drift. L'intérêt de l'introduction de certains paramètres est mis en lumière.*

*Un schéma équivalent et ses limites de validité se déduisent de l'examen de ces caractéristiques, et le principe des mesures de vérification est ensuite exposé.*

*Pour terminer, une synthèse à partir d'un certain nombre de données électriques est présentée comme guide dans l'élaboration de l'élément.* (C. D. U. : 621.382.)

SUMMARY. — *Having recalled the classical theory of the internal field, the article sets out the influence of technological conditions on the performance of a drift transistor. The value of introducing certain parameters is brought out.*

*An equivalent circuit and the limits of its validity are deduced from the examination of these characteristics; this is followed by an exposition of the principle of verification measurements. The article concludes with a synthesis based on a number of electrical data as a guide in the development of the element.* (U. D. C. : 621.382.)

INHALTSANGABE. — *Nach einer kurzen Zusammenfassung der konventionellen Theorie der Auswirkung des inneren Feldes legt dieser Aufsatz den Einfluss der technologischen Bedingungen auf die Leistungen eines sogenannten Drift-Transistors aus. Es wird die Bedeutung der Einführung gewisser Parameter unterstrichen.*

*Es wird eine Ersatzschaltung, deren Anwendungsbereich durch die Untersuchung dieser Charakteristiken festgelegt wird. gegeben Es wird dann auch das Prinzip der Kontrollmessungen ausgelegt.*

*Zum Schluss wird von bestimmten elektrischen Daten ausgehend eine Synthese gegeben, die als Leitfaden bei der Auslegung eines Elementes dienen kann.* (D. K. : 621.382.)

Les *paramètres de diffusion* sont :

$E$, champ interne dans la base;

$w_0$, épaisseur de la zone diffusée;

$N_d(x)$, concentration en donneurs, dans la base, créée par la diffusion d'impuretés;

$N_0$, concentration superficielle d'impuretés;

$\lambda_D$, longueur caractéristique de diffusion $= 2\sqrt{Dt}$;

$D$, constante de diffusion de l'impureté;

$t$, durée de diffusion.

Les *paramètres technologiques* sont :

— d'origine physique :

$\mu_n \mu_p$, mobilité des électrons et des trous dans le matériau $p$ et $n$ respectivement constituant l'émetteur et la base;

$D_n D_p$, constantes de diffusion;

$\tau_n \tau_p$, durées de vie;

$L_n L_p$, longueurs de diffusion $L = \sqrt{D\tau}$;

$p_0$, concentration de trous injectés par l'émetteur à la hauteur de la jonction émetteur-base;

$P_0$, concentration en accepteurs dans l'émetteur ($G$, $p$);

$N_L$, concentration d'impuretés du matériau ($n$) d'origine;

$K$, constante diélectrique (pour le germanium = 16).

[1] Manuscrit reçu le 10 juillet 1959.

— d'origine géométrique :

$L$, épaisseur de la pastille;
$d_e$, diamètre de jonction émetteur de surface $S_E$;
$d_b$, diamètre du trou intérieur du support de base.

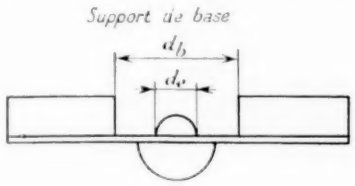


Fig. 1.

On étudie un modèle unidimensionnel ($x$) dont l'origine est prise, en général (sauf en 1.3, 3 et 8.1.1), à la surface de la pastille côté émetteur.

$x$, pénétration émetteur où la concentration d'impuretés est $N_E$;
$w_E$, limite de la zone de charge d'espace émetteur de largeur $w_E - x_E = e$;
$X = \frac{x}{L_D}$, variable normée;
$w_C$, limite de la zone de charge d'espace collecteur où la concentration est $N_I$ qui n'est pas forcément $N_C$;
$w = w_C - w_E$, épaisseur de base effective.

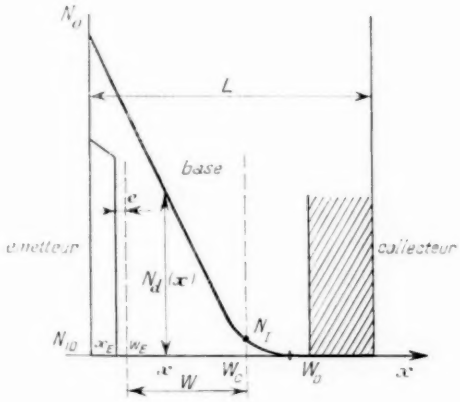


Fig. 2.

On introduit

$$E = \frac{1}{w}\int_{x_E}^{w_C} E\,dx,$$

$$\varepsilon = \frac{qEw}{2kT},$$

$q$, charge de l'électron;
$T$, température absolue;
$k$, constante de Boltzmann.

Les *paramètres électriques* sont :

$$\omega = 2\pi f \quad (f, \text{ fréquence de travail}),$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi}\frac{2D_p}{w^2} \to \xi = \frac{f}{f_c} \quad \text{variable normée},$$

$\alpha$, gain en courant en court-circuit base commune

$$\alpha = a + jb;$$

$\beta$, facteur de transport en base commune, c'est-à-dire rapport du nombre de trous arrivant au collecteur sur le nombre de trous injectés dans la base par l'émetteur (recombinaison en volume). On montre que

$$\alpha \simeq \alpha_0\gamma.$$

$\alpha_0$ ne dépendant pratiquement pas de la fréquence est l'efficacité d'injection d'émetteur, c'est-à-dire la fraction du courant injecté par l'émetteur constitué par des trous (le courant émetteur est en effet la somme d'un courant de trous et d'un courant d'électrons);

$\gamma$, efficacité d'injection en émetteur commun.

Lorsque la confusion sera impossible, nous appellerons également :

$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$, le gain en courant en court-circuit en émetteur commun;
$\alpha_0$ et $\beta_0$ sont les valeurs en continu des gains $\alpha$ et $\beta$;
$j_C$ et $j_E$, densités de courant de trous au collecteur et à l'émetteur;
$V_E$, potentiel aux bornes de la jonction émetteur-base;
$V_\Sigma$, hauteur de la barrière de potentiel;
$V_C$, potentiel appliqué à l'émetteur

$$A_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{w^2} + \frac{1}{L_p^2}}, \qquad A = \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{w^2} + \frac{1}{\mathcal{L}_p^2}}, \qquad \Omega = \frac{Aw}{\varepsilon},$$

$$\frac{1}{\mathcal{L}_p^2} = \frac{1}{L_p^2} + j\frac{\omega}{D_p}.$$

## 1. RAPPEL DES FORMULES FONDAMENTALES [1].

Résumons les principaux résultats sur l'effet drift, présentés par M. Grosvalet dans l'article cité en référence.

Le transistor drift constitue par excellence un élément à hautes performances à fréquence élevée

puisqu'il réalise :

— une forte fréquence de coupure résultant de la réduction considérable du temps de transit des trous dans la base, par l'action d'un champ électrique accélérateur ayant pour origine un fort gradient d'impuretés diffusées dans la base;

— une résistance de base faible puisque le courant de base traverse la région fortement dopée;

— une capacité collecteur-base faible du fait de la forte résistivité du matériau d'origine.

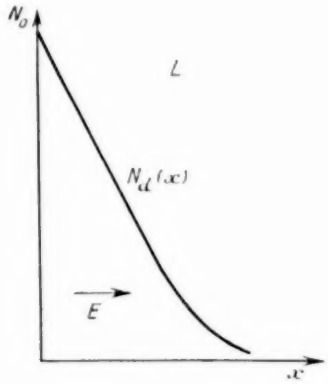


Fig. 3.

De plus, sa structure permet d'éviter le phénomène de perçage, malgré une faible épaisseur de base.

Rappelons encore les expressions :

1° *Du champ interne moyen dans la base E* ou plus précisément

$$(1) \qquad \varepsilon = \frac{q}{2kT} E w.$$

$$(2) \qquad \varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{N_E + N_I}{2 N_I}.$$

Ce facteur ne dépend que des concentrations aux extrémités de la base. En conséquence :

— pour une géométrie, des pénétrations et une tension collecteur-base données (ce qui détermine, avec le profil de diffusion, la largeur de zone de charge d'espace collecteur), $\varepsilon$ croît si $N_0$ croît.

Si $N_0$ est donné, $\varepsilon$ croît pour $N_I$ plus faible, ce qui signifie :

— soit que la résistivité à la hauteur de la zone de charge d'espace est élevée;

— soit que $w_C$ est grand.

En particulier, pour un profil donné, l'extension de la zone de charge d'espace collecteur, quand $V_{cb}$ devient très négatif, réduit $w$, donc $\varepsilon$.

Cependant, notons que ces variations sont très atténuées puisqu'il s'agit d'une fonction logarithme. Ainsi, dans une production donnée, $\varepsilon$ reste assez constant et c'est en cela que réside son intérêt.

2° *De la répartition des porteurs minoritaires injectés dans la base.*

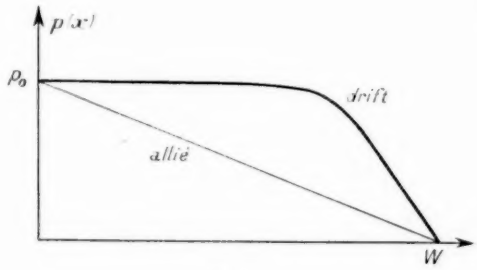


Fig. 4.

Prenons l'origine des distances à l'émetteur

$$(3) \qquad p = p_0 \exp \varepsilon \frac{x}{w} \frac{\operatorname{sh} \varepsilon (w - x)}{\operatorname{sh} \varepsilon w}.$$

Conséquences : Le gradient de concentration étant pratiquement nul sur les deux tiers de leur parcours dans la base, les trous se déplacent par conduction sous l'action du champ électrique et non par diffusion. Sur le dernier tiers, ce gradient étant très important, le courant de diffusion qui en résulte est plus fort que dans le cas d'un transistor allié.

Cette théorie est limitée aux faibles injections.

3° *Du facteur de transport* $\beta$

$$(4) \qquad \beta = \frac{j_C}{j_E} = \frac{j_p(w)}{j_p(0)}$$

qu'on déduit de $p(x)$

$$(5) \qquad \beta = \frac{\Omega \exp \varepsilon}{\Omega \operatorname{ch} \varepsilon \Omega + \operatorname{sh} \varepsilon \Omega},$$

avec

$$\Omega = \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{w^2}{L_p^2}}.$$

Comme pour les transistors alliés, on peut négliger la recombinaison en volume, plus précisément

$$\frac{w_0^2}{2 L_p^2} \ll 1;$$

On introduit alors

$$y = \varepsilon\Omega \simeq \sqrt{\varepsilon^2 + 2j\varphi}, \tag{6}$$

$$\beta = \frac{y \exp \varepsilon}{\varepsilon \operatorname{sh} y + y \operatorname{ch} y}, \tag{7}$$

$$\varphi = \frac{f}{f_c} \quad \text{et} \quad f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{2D_p}{w^2}. \tag{8}$$

Ceci suppose remplie la condition peu restrictive

$$\frac{f}{f_c} \ll \frac{w_0^2}{2L_p^2}.$$

## 2. COMPORTEMENT DU GAIN $\alpha$ AVEC LA FRÉQUENCE.

2.1. L'hypothèse admise est que $\alpha$ varie avec la fréquence de la même façon que le facteur de transport

$$\alpha = \alpha_0 \beta = \alpha_0 \frac{y \exp \varepsilon}{y \operatorname{ch} y + \varepsilon \operatorname{sh} y}. \tag{9}$$

On voit apparaître deux paramètres intervenant dans $\beta$ :

*a.* $\varepsilon$ dépendant essentiellement de la diffusion ;
*b.* $f_c$ dépendant essentiellement de l'alliage.

D'une façon générale, l'élaboration de l'élément fait apparaître la double influence de la technologie et de la diffusion. C'est évidemment un avantage pour ce type de transistor si ces conditions ne s'imbriquent pas trop, ce qui n'est malheureusement pas toujours le cas.

### 2.2. Fréquence de coupure et fréquence $f_1$.

Par définition, la fréquence de coupure du gain en courant (dans n'importe quel montage) est la fréquence pour laquelle le *module* du gain tombe à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fois sa valeur en continu.

Ainsi $f_\alpha$ est telle que

$$|\alpha(f_\alpha)| = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}} \tag{10}$$

pour le montage base commune.
On définit de même $f_\beta$ dans le montage émetteur commun,

$$|\beta(f_\beta)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}}. \tag{11}$$

Définissons la fréquence $f_1$ pour laquelle le module du gain émetteur commun vaut 1

$$|\beta(f_1)| = 1. \tag{12}$$

$\beta$ désigne ici le gain en courant en émetteur commun.

Cette fréquence en principe dépend du gain $\beta_0$ alors que $f_\alpha$ en est indépendant.

Dans ce paragraphe et le suivant, nous supposerons

$$\alpha_0 = 1.$$

La relation entre le gain en émetteur commun $\beta$ et le gain en base commune $\alpha$ est

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}. \tag{13}$$

Posons

$$\alpha = a + jb. \tag{14}$$

Écrivant $|\beta| = 1$ pour $f = f_1$, on obtient

$$\frac{a^2 + b^2}{(1 - a)^2 + b^2} = 1,$$

soit, en simplifiant,

$$a(f_1) = \frac{1}{2}. \tag{15}$$

La définition de $f_1$ peut donc être remplacée par la propriété suivante : $f_1$ est la fréquence pour laquelle la partie réelle du gain en base commune vaut 0,5.

### 2.3. Calcul de $f_\alpha$ et $f_1$.

Ceci permet de ne considérer que $\alpha$, pour évaluer $f_1$ et $f_\alpha$.

Le calcul se conduit comme suit : On pose

$$y = \varepsilon\Omega = \sqrt{\varepsilon^2 + 2j\varphi} = u + jv, \tag{16}$$

soit

$$u = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon^4 + 4\varphi^2} + \varepsilon^2}{2}},$$

$$v = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon^4 + 4\varphi^2} - \varepsilon^2}{2}}.$$

On part de l'expression du facteur de transport $\beta$ (7), d'où

$$|\beta|^2 = \exp 2\varepsilon \frac{u^2 + v^2}{A^2 + B^2}, \tag{17}$$

$$\mathcal{R}\beta = \exp \varepsilon \frac{Au + Bv}{A^2 + B^2}, \tag{18}$$

$$\operatorname{Im}\beta = \exp \varepsilon \frac{Av - Bu}{A^2 + B^2}, \tag{19}$$

$$A = u \operatorname{ch} u \cos v - v \operatorname{sh} u \sin v + \varepsilon \operatorname{sh} u \cos v,$$

$$B = v \operatorname{ch} u \cos v + u \operatorname{sh} u \sin v + \varepsilon \operatorname{ch} u \sin v,$$

$f_\alpha$ et $f_1$ sont respectivement solutions de

$$|\beta(f_\alpha)|^2 = 0,5, \tag{20}$$

$$|\mathcal{R}\beta(f_1)| = 0,5. \tag{21}$$

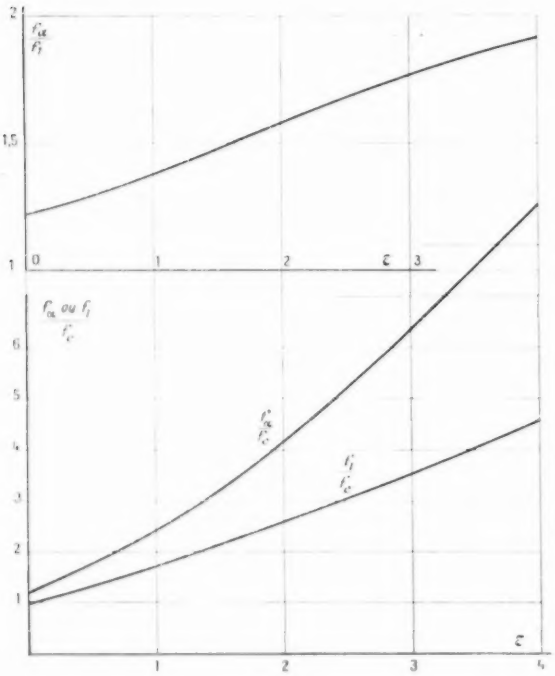


Fig. 5.

La résolution des équations transcendantes, $\varepsilon$ étant pris comme paramètre, a été conduite au Laboratoire de Calcul numérique de Grenoble sur machine $\gamma$.

| $\varepsilon$ | $\frac{f_\alpha}{f_c}$. | $\frac{f_1}{f_c}$. | $\frac{f_\alpha}{f_1}$. |
|---|---|---|---|
| 0..... | 1,22 | 1 | 1,22 |
| 1..... | 2,44 | 1,75 | 1,5 |
| 2..... | 4,17 | 2,64 | 1,62 |
| 2,5..... | 5,2 | 3,115 | 1,67 |
| 3..... | 6,33 | 3,6 | 1,75 |
| 3,5..... | 7,54 | 4,09 | 1,84 |
| 4..... | 8,83 | 4,59 | 1,94 |

## 2.4. Conséquences.

2.4.1. On retrouve, pour $\varepsilon = 0$, un cas particulier de transistor drift, celui du transistor allié où l'on néglige le champ dans la base (la région d'impuretés y étant uniforme).

Ainsi

$$f_1 = f_c = \frac{1}{2\pi}\frac{2D_p}{w^2},$$

$$f_\alpha = 1,22 f_1.$$

2.4.2. On met bien en évidence la réduction du temps de transit dans la base quand le champ interne croît, car $f_1$ et $f_\alpha$ croissent avec $\varepsilon$.

2.4.3. Un raisonnement théorique [1] indique une variation de $f_\alpha$ en $\varepsilon^{\frac{3}{2}}$. On vérifie grossièrement cette forme pour $\varepsilon > 3$.

| $\varepsilon$. | 2.5. | 3. | 3.5. | 4. |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{f_\alpha}{f_c\,\varepsilon^{\frac{3}{2}}}$..... | 1,3 | 1,21 | 1,13 | 1,1 |

2.4.4. Dans l'intervalle intéressant $2 < \varepsilon < 4$, on trouve de même une variation sensiblement linéaire de $f_1$ avec $\varepsilon$.

| $\varepsilon$. | 2. | 2.5. | 3. | 3.5 | 4. |
|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{f_1}{f_c\,\varepsilon}$..... | 1,32 | 1,26 | 1,2 | 1,17 | 1,14 |

A moins de 10 %, on peut prendre

$$f_1 = 1,2\,\varepsilon f_c = f_{\alpha_0}\varepsilon. \tag{22}$$

$f_{\alpha 0}$ étant la fréquence de coupure d'un transistor allié d'épaisseur de base $w$

$$f_{\alpha_0} = \frac{1,2}{2\pi}\frac{2D_p}{w^2}.$$

2.4.5. Ainsi, à épaisseur de base égale, on espère atteindre des $f_\alpha$, $\varepsilon$ fois plus élevés avec un transistor drift qu'avec un transistor allié.

Cet avantage, en théorie, serait très supérieur encore, car l'épaisseur de base de comparaison $w$ est certainement inférieure à celle rencontrée dans la technique d'alliage : pour $w = 10\mu$, $f_{\alpha 0} = 17$ MHz. L'obtention d'une telle épaisseur est rendue possible parce que le procédé de diffusion, très lent, est aisément contrôlable.

Avant de montrer que la réalité n'est pas aussi favorable, donnons une interprétation physique de la variation linéaire de $f_1$ avec $\varepsilon$.

## 3. CAPACITÉ DE STOCKAGE ET FRÉQUENCE $f_1$.

### 3.1. Définition.

Dans la base existe une certaine charge stockée constituée par les porteurs minoritaires injectés. Cette charge est évidemment proportionnelle au nombre de porteurs injectés à la hauteur de l'émetteur. Cette concentration varie elle-même avec le potentiel appliqué à la jonction émetteur. Il en résulte qu'une variation de ce potentiel provoque

une variation de charge stockée : on est donc en présence d'un effet capacitif défini par

$$C_s = \frac{\partial Q_s}{\partial V_e}, \tag{23}$$

$Q_s$ étant la charge stockée et $V_e$ le potentiel appliqué à l'émetteur.

### 3.2. Calcul de $C_s$.

Écrivons que la concentration en porteurs injectés est

$$p(x) = p_0 f(x), \tag{24}$$

avec

$$f(0) = 1, \qquad f(w) = 0.$$

(L'origine est prise à la hauteur de l'émetteur.)

$$Q_s = q p_0 S_E \int_0^w f(x)\,dx$$

$S_E$ surface émetteur.
La capacité de stockage est

$$C_s = \frac{\partial Q_s}{\partial V_e} = q \frac{\partial p_0}{\partial V_e} S_E \int_0^w f(x)\,dx.$$

Pour une statistique type Boltzmann, on a la relation

$$p_0 = 1 \exp\left(\frac{q V_e}{kT}\right), \tag{25}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial V_e} = + \frac{q p_0}{kT}.$$

La densité de courant émetteur est

$$j_E = - q D_p p_0 f'(0) + q \mu_p p_0 \overline{E}, \tag{26}$$

soit

$$p_0 = \frac{j_E}{q D_p f'(0) + q \mu_p \overline{E}},$$

d'où :

$$C_s = q \left(\frac{q}{kT}\right) \frac{J_E S_E \int_0^w f(x)\,dx}{q \mu_p \overline{E} - q D_p f'(0)},$$

$$C_s = \frac{q I_E}{kT} \frac{\int_0^w f(x)\,dx}{\mu_p \overline{E} - q D_p f'(0)}, \tag{27}$$

puisque $J_E S_E = I_E$.

### 3.3. Cas du transistor drift :

$$f(x) = \exp \varepsilon \frac{x}{w} \frac{\operatorname{sh} \lambda (w - x)}{\operatorname{sh} \lambda w}.$$

On approxime $f(x)$ (*fig.* 6) si bien que

$$\int_0^w f(x)\,dx = \frac{w}{2} + \frac{w}{4} = \frac{3}{4} w.$$

On néglige le courant de diffusion devant celui de conduction et, compte tenu de la relation d'Einstein,

$$\mu_p = \frac{q}{kT} D_p,$$

$$\mu_p E = \frac{q \overline{E}}{kT} D_p = \frac{\varepsilon}{w} D_p.$$

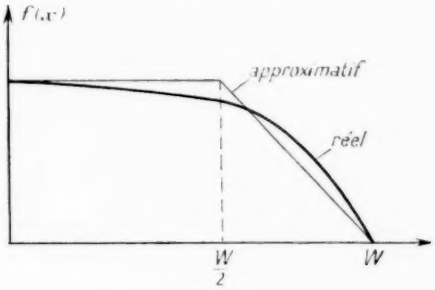


Fig. 6.

On aboutit ainsi à l'expression de $C_s$

$$C_s = \frac{3}{4} \frac{q I_E}{kT} \frac{w^2}{2 D_p} \frac{1}{\varepsilon}.$$

Posons

$$\omega_c = 2\pi f_c = \frac{2 D_p}{w^2},$$

$$g_m = \frac{q I_E}{kT}, \tag{28}$$

$$C_s \omega_c = \frac{3}{4} \frac{g_m}{\varepsilon}. \tag{29}$$

### 3.4. Conséquences.

3.4.1. $C_s$ comme pour les transistors alliés est proportionnelle à $I_E$.

3.4.2. Si l'on écrit

$$g_m = \frac{4}{3} C_s \omega_c \varepsilon,$$

on constate que la fréquence de résonance de $C_s$ et $g_m$, définie par la fréquence pour laquelle les deux admittances sont égales, est très sensiblement $f_1$. En effet, c'est la fréquence $1{,}33\, f_c \varepsilon$ très voisine de $f_1 = 1{,}2\, \varepsilon f_c$.

Compte tenu des approximations faites, on peut dire que la variation linéaire de $f_1$ avec $\varepsilon$ s'interprète physiquement par l'existence d'une capacité de stockage. Celle-ci, comme pour les transistors alliés, résonne avec $g_m$ à la fréquence $f_1$.

3.4.3. Outre les précédentes approximations, ceci suppose que l'injection est à faible niveau, donc les courants $I_E$ ne sont pas trop élevés.

### 3.5. Schéma équivalent naturel du transistor drift intrinsèque.

On désigne ainsi un transistor drift pour lequel la limitation du gain en fréquence est liée à celle du facteur de transport, ou si l'on veut, à l'existence d'une capacité de stockage.

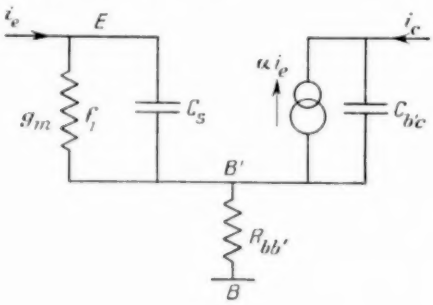


Fig. 7.

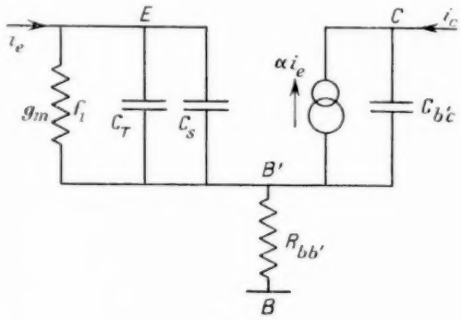


Fig. 8.

Le schéma naturel auquel on aboutit est :

$$C_s \omega_1 = g_m, \tag{30}$$

$$g_m = \frac{q I_E}{kT}, \tag{31}$$

$$\omega_1 = \frac{4}{3} \omega_c \varepsilon, \tag{32}$$

$$\omega_c = \frac{2 D_p}{w^2}, \tag{33}$$

$$\varepsilon = \frac{q \overline{E_w}}{2kT}. \tag{34}$$

$R_{bb'}$ et $C_{b'c}$ seront étudiés plus loin.

## 4. CAPACITÉ DE TRANSITION ÉMETTEUR-BASE ET SCHÉMA ÉQUIVALENT RÉEL.

### 4.1. Généralités.

Nous avons déjà laissé prévoir que l'avantage en fréquence de coupure du transistor drift était nettement inférieur à ce qu'indiquait la théorie du champ interne.

En effet, il faut tenir compte d'une capacité de transition résultant de la création d'une zone de charge d'espace à la hauteur de l'émetteur. L'importance de son existence distingue nettement les transistors drifts des transistors alliés : en raison de la forte conductivité au niveau de l'émetteur, la compensation des charges fixes lors du départ des charges mobiles est réalisée sur une très faible distance et, par suite, la capacité qui est inversement proportionnelle à cette largeur de charge d'espace est très importante, et en tout cas n'est pas négligeable devant $C$. La charge et la décharge de cette capacité provoquent une sérieuse limitation en fréquence, quoique le courant de déplacement qui entre en jeu soit un courant de porteurs majoritaires.

On doit corriger le schéma équivalent précédent par l'adjonction de cette capacité $C_T$ entre $E$ et $B'$.

Définissons $f_T$ et $f_s$ par

$$2\pi f_T C_T = g_m, \tag{35}$$

$$2\pi f_s C_s = g_m. \tag{36}$$

La capacité émetteur-base est

$$C_{b'e} = C_T + C_s, \tag{37}$$

avec

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{f_T} + \frac{1}{f_s}. \tag{38}$$

Ainsi la fréquence $f_1$ est plus faible que la plus faible fréquence $f_T$ ou $f_s$.

### 4.2. Calcul de $C_T$.

Il résulte de la résolution de l'équation de Poisson

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{q}{K \varepsilon_0} N_d(x), \tag{39}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \quad \text{F/m}$$

$K = 16$ pour le Ge.

Le profil de diffusion est

$$N_d(x) = N_0 \operatorname{erfc} \frac{x}{\lambda_D}. \tag{40}$$

Par définition,

$$\operatorname{erfc} z = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-z^2)\, dz.$$

Intégrant entre les limites convenables

$$I(x) = \frac{q N_0 \lambda_D^2}{k \varepsilon_0} \int_{X_E}^{X} dY \int_{X_E}^{X} \operatorname{erfc} Y\, dY.$$

On calcule, par parties, successivement

$$J(Y) = \int_0^X \operatorname{erfc} Y\, dY = Y \operatorname{erfc} Y - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-Y^2) + \frac{1}{\sqrt{\pi}},$$

$$I(Y) = \int_0^X J(Y)\, dY = \frac{2Y^2+1}{4} \operatorname{erfc} Y - \frac{Y}{2\sqrt{\pi}} \exp(-Y^2) + \frac{Y}{\sqrt{\pi}} - \frac{1}{4}.$$

Le potentiel émetteur-base s'obtient pour

$$Y = W_e = \frac{w_e}{\lambda_D},$$

$w_e$ est l'abscisse la plus profonde de la zone de charge d'espace émetteur,

$$V_E = -\frac{q \lambda_D^2 N_0}{k E_0} [I(W_E) - I(X_E) - (W_E - X_E) J(X_E)].$$

Posons

$$e = w_e - x_e.$$

D'une façon générale, la capacité par unité de surface est

$$C_1 = \frac{C_T}{S_E} = \frac{k E_0}{e}. \tag{41}$$

4.3. **Cas où $e < \lambda_D$.**

Supposons la pénétration émetteur pas trop profonde pour que $N_E$ soit élevé.

Développons en série de Taylor l'expression de $V_E$

$$V_E = \frac{q \lambda_D^2 N_0}{k E_0} \frac{(W_E - X_E)^2}{2!} I''(X_E)$$

$$= -\frac{q N_0}{2 k E_0} e^2 \operatorname{erfc} X_E,$$

$$V_E = -\frac{q N_E}{2 k E_0} e^2, \tag{42}$$

$$N_E = N_0 \operatorname{erfc} X_E. \tag{43}$$

4.4. **Conclusions.**

4.4.1. On retrouve formellement l'expression de l'épaisseur de zone de charge d'espace dans le cas d'une répartition uniforme d'impuretés.

4.4.2. Il est important de noter que $V_E$ est la somme algébrique :

— de la tension appliquée $V_e$ entre émetteur et base;

— de la hauteur de barrière de potentiel $V_\varphi$ qui est de l'ordre de $\frac{E_g}{2} = 0{,}36$ V.

4.4.3. D'après (41),

$$C_1 = \frac{C_T}{S_E} = \frac{k \varepsilon_0}{e},$$

$C_1$ est d'autant plus faible que $e$ est grand;

$C_T$ est d'autant plus faible que la surface de l'émetteur et la concentration à l'émetteur sont petites.

4.4.4. Numériquement, pour le germanium $n$,

$$C_1 = \frac{140}{e} \qquad (C_1,\ \mathrm{pF/mm^2};\ e,\ \mu),$$

$$-V_E = 18\pi . 10^{-17} N_E e^2 \qquad (N_E,\ \mathrm{cm^{-3}};\ V_E,\ \mathrm{V}).$$

4.4.5. Éliminons $e$ entre (43) et (41)

$$(-V_E) C_1^2 = q \frac{k \varepsilon_0}{2} N_E, \tag{44}$$

soit numériquement

$$(-V_E) C_1^2 = 11 . 10^{-12} N_E.$$

4.4.6. L'augmentation de $f_1$ doit être tirée de la réduction non seulement de $C_S$, mais aussi de $C_T$.

Or, on peut dire que l'action sur $\varepsilon$ est somme toute assez réduite en raison de la variation logarithmique avec $N_E$ et $N_I$. Par contre, les données technologiques de pénétration émetteur, de surface émetteur, et de diffusion : épaisseur de couche diffusée et concentration superficielle, permettent d'effectuer un contrôle plus efficace des performances de l'élément.

Ainsi, pour réduire $C_S$, on prendrait des épaisseurs diffusées peu profondes et l'on chercherait à accroître la pénétration de l'émetteur.

Pour réduire $C_T$, il faudrait diminuer la surface de l'émetteur et la concentration à l'émetteur $N_E$, ce qui exige une pénétration émetteur d'autant plus importante que la concentration superficielle est plus grande. Cette condition assure également la réduction de $C_S$.

Malheureusement, une pénétration émetteur profonde conduit à des valeurs trop élevées de gain et de résistance de base, comme nous le montrerons plus loin.

### 4.5. Schéma équivalent en montage émetteur commun.

4.5.1. Formule approchée du gain $\alpha$. — Supposons la fréquence suffisamment basse

$$\varphi = \frac{f}{f_c} < \frac{\varepsilon^2}{2} \tag{45}$$

(ce qui implique $\varepsilon > 0$).

Alors

$$y = \varepsilon\Omega = \sqrt{\varepsilon^2 + 2j\varphi} \simeq \varepsilon\left(1 + j\frac{\varphi}{\varepsilon^2}\right).$$

Développons en série limitée $\operatorname{ch} y$ et $\operatorname{sh} y$ afin de donner une expression approximative de

$$\alpha = \alpha_0 \frac{y \exp\varepsilon}{\varepsilon \operatorname{sh} y + y \operatorname{ch} y},$$

$$\operatorname{ch} y = \operatorname{ch}\varepsilon + j\frac{\varphi}{\varepsilon}\operatorname{sh}\varepsilon, \qquad \text{car} \quad \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)_{\varphi=0} = \frac{j}{\varepsilon},$$

$$\operatorname{sh} y = \operatorname{sh}\varepsilon + j\frac{\varphi}{\varepsilon}\operatorname{ch}\varepsilon.$$

Formons l'expression

$$\operatorname{ch} y + \frac{\varepsilon}{y}\operatorname{sh} y \simeq \operatorname{ch}\varepsilon + j\frac{\varphi}{\varepsilon}\operatorname{sh}\varepsilon + \frac{\operatorname{sh}\varepsilon + j\frac{\varphi}{\varepsilon}\operatorname{ch}\varepsilon}{1 + j\frac{\varphi}{\varepsilon^2}}$$

$$\simeq \exp\varepsilon\left(1 + j\frac{\varphi}{\varepsilon}\right) - j\frac{\varphi}{\varepsilon^2}\operatorname{sh}\varepsilon.$$

Le gain base commune s'écrit alors

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{1}{\varepsilon f_c}\left[1 - \frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\varepsilon \exp\varepsilon}\right]}$$

et prend la forme

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{f}{f_a}}, \tag{46}$$

$$f_a = f_c \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon - \frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\exp\varepsilon}}. \tag{47}$$

4.5.2. Conséquences. — On serait tenté de conclure que $f_a$ est la fréquence de coupure du gain en courant $\alpha$ puisque, pour $f = f_a$,

$$|\alpha| = \frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}.$$

Si l'on compare $\frac{f_a}{f_c}$ pour $\varepsilon \geqq 2$ et $\frac{f_2}{f_c}$ et $\frac{f_1}{f_c}$ tirés de la résolution directe de $\left|\frac{\alpha}{\alpha_0}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $\Re\,\alpha = 0{,}5$, on obtient les résultats suivantes :

| $\varepsilon$ | 2. | 3. | 4. |
|---|---|---|---|
| $\frac{f_a}{f_c}$ | 2,66 | 3,6 | 4,56 |
| $\frac{f_1}{f_c}$ | 2,64 | 3,6 | 4,59 |
| $\frac{f_2}{f_c}$ | 4,17 | 6,33 | 8,83 |

Non seulement $f_a$ ne se confond pas avec $f_2$, mais encore

$$f_a \simeq f_1. \tag{48}$$

Ce résultat n'est, après tout, pas si étonnant, puisque dans le cas des transistors alliés, on aboutit à la même forme

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{f}{f_1}} \qquad (f < f_1). \tag{49}$$

Ceci signifie que le modèle RC est applicable à la fréquence $f_1$ et correspond à un schéma équivalent avec filtre résistance capacité à l'entrée.

En effet, le raisonnement précédent est fondé sur la limitation

$$\frac{f}{f_c} < \frac{\varepsilon^2}{2};$$

si l'on compare $\frac{f_a}{f_c}$ et $\frac{\varepsilon^2}{2}$, on trouve

| $\varepsilon$ | 2. | 3. | 4. |
|---|---|---|---|
| $\frac{\varepsilon^2}{2}$ | 2 | 4,5 | 8 |
| $\frac{f_a}{f_c}$ | 2,66 | 3,6 | 4,56 |

ce qui prouve que jamais $\frac{f_a}{f_c} < \frac{\varepsilon^2}{2}$ et donc pour $f = f_a$, la formule (46) n'est plus valable.

*Remarque.* — Il résulte des calculs précédents que

$$f_1 \simeq f_c \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon - \frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\exp\varepsilon}},$$

soit pour $\varepsilon > 2$

$$f_1 \simeq f_c \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon - 0{,}5}$$

qui est plus proche de la réalité que la relation linéaire admise.

4.5.3. Montage émetteur commun. — Partons de (49)

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{f}{f_1}} \qquad (f < f_1)$$

et tirons-en le gain en émetteur commun

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0 + j\frac{f}{f_1}};$$

$\beta$ prend la forme

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + j\frac{f}{f_\beta}} \qquad (f < f_1), \tag{50}$$

avec

$$\beta_0 = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_0} \tag{51}$$

comme il se doit,

$$f_\beta = f_1(1-\alpha_0) \sim \frac{f_1}{\beta_0}, \tag{52}$$

$f_\beta$ est bien la fréquence de coupure du gain en émetteur commun puisque les deux conditions suivantes sont remplies

$$|\beta(f_\beta)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}}, \tag{a}$$

$$\frac{f_\beta}{f_1} = \frac{1}{\beta_0} < 1. \tag{b}$$

Conclusion. — 1° On met en évidence l'existence d'un schéma équivalent avec filtre RC à l'entrée pour le montage émetteur commun.

2° L'extension des résultats sur les transistors alliés est ainsi démontrée.

3° On possède un procédé pour atteindre $f_1$ en mesurant $f_\beta$, qui est beaucoup plus faible, et $\beta_0$.

4° Un autre moyen consiste à se placer dans la zone de variation à 6 dB par octave de $\beta(f)$.

Si $f$ est telle que

$$f_\beta \ll f < f_1,$$

on peut écrire

$$\beta(f) = \frac{\beta_0}{1 + j\frac{f}{f_\beta}},$$

$$\beta(f) \sim \frac{\beta_0 f_\beta}{jf} = \frac{f_1}{jf},$$

soit en module

$$f_1 = f\,|\beta(f)|, \tag{53}$$

d'où, connaissant $f$ (convenablement choisie) et $\beta$, on tire $f_1$.

*Remarque sur la validité des résultats.* — 1° La première condition est $\frac{f}{f_c} \ll \frac{\varepsilon^2}{2}$.

2° Mais, en outre, il faut que $f_1$ et $f_\beta$ soient mesurés dans des conditions telles que :

*a.* $C_c$ varie linéairement avec $I_E$;

*b.* $C_T$ est indépendant de $I_E$, ce qui délimite une gamme de courants;

*c.* La saturation de $C_{b'c}$ avec $V_{cb}$ est atteinte, ce qui signifie que l'épaisseur de base minimale est atteinte. Par suite, $V_{cb}$ doit être suffisamment négatif.

4.5.4. Conclusion générale sur $f_1$. — Le développement de l'élément a permis de déterminer l'importance de ce paramètre, car il fallait caractériser les performances haute fréquence de ce transistor, d'une façon sûre et relativement aisée. Or, la fréquence $f_1$ réalise ces conditions plus facilement que $f_\alpha$.

1° $f_1$ est toujours plus faible que $f_\alpha$ et peut se mesurer à fréquence fixe.

2° Étant reliée directement à un schéma équivalent, elle intéresse l'utilisateur qui préfère se servir d'approximations plutôt que des expressions complètes résultant de la théorie générale.

3° Ce point de vue est en quelque sorte confirmé par le fait que $f_1 = \beta_0 f_\beta$, $f_\beta$ étant certainement un critère de qualité puisque le montage émetteur commun est très employé.

4° Enfin, on y trouve l'analogue du facteur de mérite d'un amplificateur à large bande. En effet, pour $f \gg f_\beta$, on a montré que

$$f_1 = \beta(f)f,$$

ce qu'on écrit

$$f_1 \times 1 = f \times \beta(f)$$

qui est le produit : gain × largeur de bande.

## 5. EFFICACITÉ D'INJECTION ET PÉNÉTRATION ÉMETTEUR.

### 5.1. Définition.

On définit l'efficacité d'injection $\gamma$ comme le rapport : courant de trous injectés par l'émetteur sur courant d'électrons venant de la base.

Par analogie avec la formule, dans le cas des transistors alliés

$$\gamma = \frac{\mu_p}{\mu_n} \frac{L_n P_0}{\int_{x_E}^{x_C} N_d(x)\,dx}. \tag{54}$$

Ce rapport est évidemment d'autant plus grand qu'il y a plus d'impuretés $p$, de concentration $P_0$ dans la zone $p$ et moins d'impuretés $n$ dans la base.

L'efficacité d'injection est plus importante si :

— on augmente $P_0$ en dopant l'émetteur;

— on diminue $\int_{x_E}^{w_c} N_d(x)\,dx$ en réalisant des pénétrations d'émetteur relativement peu profondes.

### 5.2. Expression de $\gamma$.

Par défaut, on l'obtient en remplaçant

$$L_n \quad \text{par} \quad x_E < L_n$$

et

$$\int_{x_E}^{w_c} \operatorname{erfc}\frac{x}{\lambda_D}\,dx = \lambda_D \int_{X_E}^{w_c} \operatorname{erfc} X\,dX$$

par

$$\lambda_D \int_{x_E}^{\infty} \operatorname{erfc} X\,dX.$$

En effet, $\frac{w}{\lambda_D} > 2$, ce qui justifie l'approximation.

Ainsi

$$\gamma = \frac{\mu_p}{\mu_n}\frac{P_0}{N_0}\frac{X_E}{Y_E}, \tag{55}$$

avec

$$X_E = \frac{x_E}{\lambda_D}, \qquad Y_E = \int_{X_E}^{\infty} \operatorname{erfc} X\,dX.$$

On a tracé la courbe universelle

$$\frac{X_E}{Y_E} = \frac{\mu_n}{\mu_p}\frac{N_0}{P_0}\,\gamma(X_E).$$

### 5.3. Conséquence.

$\frac{P_0}{N_0}$ est facilement de l'ordre de $100\,\frac{\mu_p}{\mu_n} \sim 0{,}5$ si l'on prend une pénétration $x_E$ telle que

$$\frac{x_E}{\lambda_D} = 0{,}6, \qquad \frac{X_E}{Y_E} = 0{,}1,$$

soit $\gamma = 200$, très élevée.

Or

$$\frac{w_c}{\lambda_D} \geq 2, \qquad \text{soit} \quad \frac{x_E}{w} \leq 0{,}3.$$

Si l'on désire, pour accroître la fréquence de coupure, diminuer $w$, on peut être conduit à des pénétrations, dans l'absolu, tellement faibles qu'elles deviennent technologiquement impossibles :

— soit parce que la dimension d'émetteur nécessaire serait trop faible;

— soit que la température de formage risque d'être insuffisante pour assurer le mouillage.

Ainsi, on est loin de l'image du transistor drift qui prédisait une très faible efficacité d'injection. On peut dire que le contrôle de la pénétration émetteur qui assure le compromis entre une fréquence de coupure élevée et un gain pas trop élevé est une nécessité fondamentale dans l'élaboration du transistor drift.

## 6. RÉSISTANCE DE BASE ET PÉNÉTRATION ÉMETTEUR.

Des considérations analogues montrent que, si l'on veut réellement obtenir une faible résistance de base, il faut éviter une pénétration trop grande de l'émetteur.

### 6.1. Résistance de base intrinsèque $r_1$.

C'est la résistance du germanium compris entre les deux jonctions émetteur et collecteur :

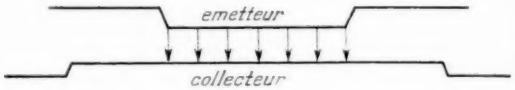


Fig. 9.

On démontre que

$$r_1 = \frac{\bar{\rho}}{8\pi w}, \tag{56}$$

$\rho$ étant la résistivité intégrée entre émetteur et collecteur.

Comme

$$\rho = \frac{1}{q\mu_n N_d}$$

et qu'aux fortes concentrations considérées, $\mu_n$ dépend beaucoup de $N_d$, il faudrait en toute rigueur intégrer $\mu_n N_d$.

En première approximation, on prend une mobilité moyenne $\mu$ et l'on intègre

$$\bar{N} = N_0 \frac{\lambda_D}{w} \int_{X_E}^{w_c} \operatorname{erfc} X\,dX$$

que, pour la même raison qu'en 5.2, on remplace par

$$\frac{\lambda_D}{w} \int_{X_E}^{\infty} \operatorname{erfc} X\,dX = \frac{\lambda_D Y_E}{w}.$$

Ainsi

$$r_1 = \frac{1}{8\pi}\,\frac{1}{q\mu\lambda_D N_0 Y_E}. \tag{57}$$

Sur le graphique de la figure 10, on a porté $\frac{1}{Y_E}$ en

fonction de $X_E$ : comme $Y_E$ diminue quand $X_E$ croît, on voit que cette résistance de base augmente quand la pénétration augmente (ceci n'est pas entièrement évident *a priori*, car si l'on conçoit que la concentration en électrons est rendue plus faible, il ne faut pas oublier que la mobilité croît en même temps).

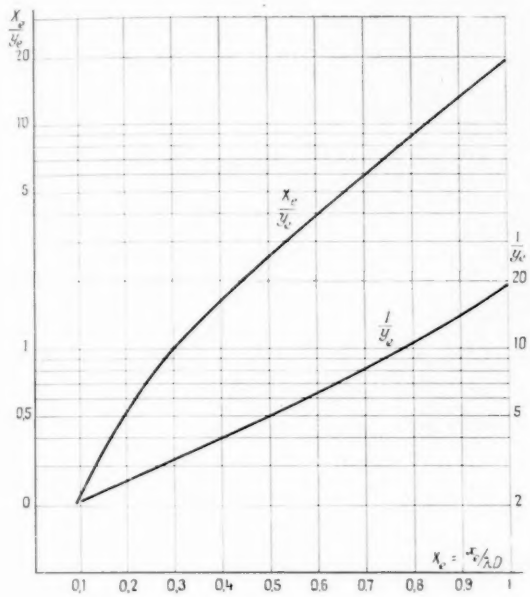


Fig. 10.

### 6.2. Résistance de base extrinsèque.

C'est la résistance de base de la région du Ge comprise entre l'émetteur et la base

$$r_2 = \frac{\bar{\rho}'}{2\pi w_0} \operatorname{Log} \frac{d_b}{d_e}, \tag{58}$$

$\rho'$ est la valeur intégrée cette fois sur toute la couche diffusée qui est intéressée par le courant base, soit $w_0$. En principe $\rho' < \rho$.

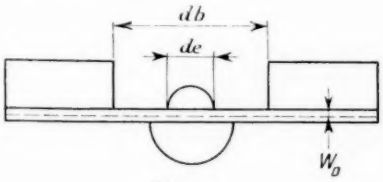


Fig. 11.

La réduction de ce terme, pour une géométrie somme toute assez proche de celle des transistors alliés est obtenue essentiellement par la diminution de $\bar{\rho}$ due à l'existence de la zone diffusée.

## 7. CAPACITÉ COLLECTEUR-BASE.

Nous nous bornerons à rappeler que :

1° La forte résistivité du matériau d'origine, à la hauteur de la zone de charge d'espace collecteur, indépendamment de la diminution de la surface du collecteur, rend la capacité de transition $C_{b'c}$ beaucoup plus faible que celle d'un transistor allié.

2° L'extension de la zone de charge d'espace collecteur, quand le potentiel $V_{cb}$ appliqué devient de plus en plus négatif, finit par être limitée. En effet, elle rencontre des régions de plus en plus dopées de la base, si bien qu'une variation donnée de $V_{cb}$ se traduit par une variation de plus en plus faible d'épaisseur de zone de charge d'espace, donc de capacité : ce phénomène de saturation permet, malgré la petitesse de la distance émetteur-collecteur, d'éviter la tension de perçage.

On a évidemment intérêt à atteindre la saturation le plus vite possible, car elle donne la fréquence de coupure maximale. Ainsi, pour des centrages différents de $f_\alpha$, il faut ajuster l'épaisseur de pastille et la tension appliquée entre collecteur et base pour obtenir cette saturation.

*Remarque.* — La condition $c$ de la remarque faite au paragraphe 4.5.3 signifie que $w$, donc $C_s$ ne dépend plus, quand la saturation est atteinte, de $V_{cb}$.

## 8. MESURES DE CARACTÉRISTIQUES DE TRANSISTOR DRIFT.

Selon le processus logique, une vérification expérimentale des résultats précédents a été entreprise. Une fois faite, elle a permis la caractérisation des éléments fabriqués en séries d'études.

### 8.1. Détermination des paramètres de diffusion.

8.1.1. Approche de l'épaisseur de la couche diffusée a partir de la capacité collecteur-base. — 8.1.1.1. *Principe* [2]. — L'article cité en référence indique que la mesure de $V$ en fonction de l'épaisseur de zone de charge d'espace fournit une grandeur proportionnelle à la concentration en

atomes donneurs

$$N_d(x) \prec \frac{|V'(e)|_{e=x}}{x}, \tag{59}$$

$e$ étant la largeur de charge d'espace;
$V(e)$ étant la relation liant $e$ au potentiel appliqué de la jonction.

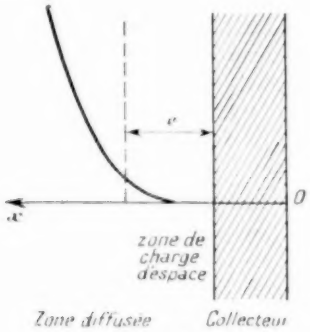


Fig. 12.

On mesure $C_{bc}$ en fonction de $V$ appliqué.

On en déduit

$$e = \frac{K \varepsilon_0}{C_1}, \tag{60}$$

$C_1$ étant la capacité par unité de surface collecteur, d'où la courbe $V(e)$.

On trace alors la courbe $N_d(x)$ : on lit la distance à laquelle $N_d$ a doublé : c'est la région où la concentration en atomes diffusés atteint la concentration en donneurs initialement présents dans le matériau d'origine. On en tire d'ailleurs la valeur de la tension correspondante.

8.1.1.2. *Conséquences.* — La mise en évidence des pénétrations se fait à l'aide d'une coupe. Connaissant l'épaisseur totale, l'épaisseur de zone de charge d'espace collecteur, la profondeur de pénétration collecteur, il est facile d'en déduire l'épaisseur de couche diffusée.

La comparaison avec le procédé de la pointe chaude est bonne.

En outre, la valeur de $e$ sous très faible tension permet de déterminer la valeur de la résistivité du matériau d'origine.

8.1.2. Approche de la concentration a l'émetteur a partir de la capacité de transition émetteur-base. — Appuyons-nous sur la formule (44)

$$(-V_E)\, C_1^2 = q \frac{K \varepsilon_0}{2} N_E.$$

Connaissant la surface de l'émetteur, cette relation comporte deux inconnues $V_\varphi$ et $N_E$.

Si l'on mesure $C_T$ à deux tensions appliquées $V$, on peut éliminer $V_\varphi$ et en déduire $N_E$.

On trouve bien $V_\varphi \sim 0{,}36$ V et la relation précédente a été vérifiée avec une bonne précision, en prenant des mesures à plusieurs tensions.

*Conséquences.* — 1° Ayant déterminé $N_E$ et $N_b$, il est facile de déduire

$$z = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{N_E}{2 N_I}.$$

Les valeurs obtenues sont de l'ordre de 2,5 à 3.

2° A partir des équations de définition

$$N_E = N_0 \operatorname{erfc} \frac{x_E}{\lambda_D},$$

$$N_I = N_0 \operatorname{erfc} \frac{w}{\lambda_D}$$

ayant mesuré $x_E$, déterminé $w$, $N_E$, $N_I$, on en déduit par approximations successives $N_0$ et $\lambda_D$.

La détermination de $\lambda_D$ à partir de sa définition

$$\lambda_D = 2 \sqrt{Dt}$$

est très sujette à caution, à cause des difficultés de mesures de $D$ et de $t$.

## 8.2. Détermination du schéma équivalent.

8.2.1. Fréquence $f_1$ et schéma équivalent. — On désire vérifier la concordance des résultats de

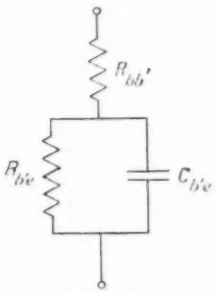


Fig. 13.

mesure de $f_1$ :

— à partir de l'impédance d'entrée;
— à partir de la relation $f_1 = f_\beta \beta_0$;
— à partir de la relation $f_1 = \beta f$.

8.2.1.1. *Mesure de l'impédance d'entrée.* — A

l'aide d'un pont en basse fréquence, on cherche à déterminer les éléments du dipôle :

*a.* soit en ayant mesuré par ailleurs $R_{bb'}$ (mesure de $R_{bb'} \times C_{b'c}$ et $C_{b'c}$);

*b.* soit en opérant à plusieurs fréquences, on réalise l'équilibre du pont, d'où l'on déduit $R_{b'c}$ et $C_{b'c}$.

Si l'on trace $R_{b'c}\left(\frac{1}{I_E}\right)$ et $C_{b'c}(I_E)$ à $V_{cb}$ donné, on obtient les réseaux suivants :

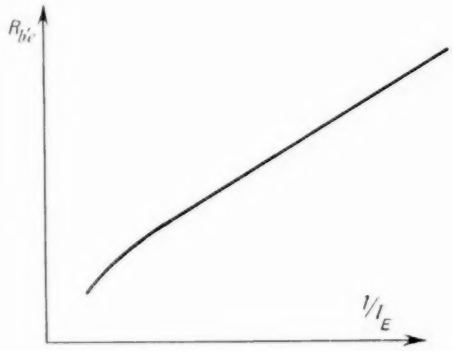


Fig. 14.

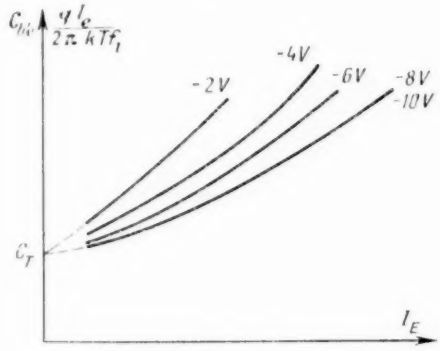


Fig. 15.

Conclusion. — 1° On met bien en évidence le fait que $R_{b'c} \prec \frac{1}{I_E}$ et l'on vérifie très bien que

$$R_{b'c} = \frac{\beta_0}{g_m}$$

comme pour les transistors alliés.

2° *a.* $C_{b'c}$ présente une partie linéaire en $I_c$;

*b.* Les courbes pour $V_{cb}$ suffisamment négatif se confondent pratiquement;

*c.* L'extrapolation au courant $I_E = 0$ montre que quel que soit $V_{cb}$, ces courbes se coupent en un même point : ceci prouve que

$$C_{b'c} = C_T + C_S \quad \text{et} \quad C_S = AI_E,$$

$C_T$ est l'ordonnée à l'origine (extrapolée);
$A$ est la pente de la partie linéaire de la courbe.

*d.* Si l'on trace de là $\frac{g_m}{2\pi C_{b'c}}$, on doit trouver la variation de $f_1(I_E)$ à $V_{cb}$ donné, ou inversement porter $\frac{g_m}{2\pi f_1}$ en fonction de $I_E$.

8.2.1.2. *Vérification à partir de $f_\beta$.* — On réalise un amplificateur émetteur commun qu'on attaque à courant constant $i_b$. On mesure le courant collecteur aux bornes d'une faible résistance, d'où le gain

$$\beta = \frac{i_c}{i_b}.$$

Ayant mesuré $\beta_0$, on cherche $f_\beta$ telle que

$$|\beta(f_\beta)| = \frac{\beta_0}{\sqrt{2}}.$$

Cette fréquence, même pour de bons transistors drifts, n'est pas très élevée et est donc facile à mesurer.

On fait ensuite le produit $\beta_0 f_\beta$ et l'on compare à la valeur trouvée en 1.1 dans les conditions de polarisation identiques. L'accord est excellent.

8.2.1.3. *Vérification à partir de $f\beta(f)$.* — Disposant du même montage, on peut travailler à une fréquence suffisamment éloignée de $f_\beta$ (ou même à plusieurs fréquences) pour se trouver dans la zone à 6 dB par octave. On en déduit

$$f_1 = f\beta(f)$$

en mesurant le gain à la fréquence $f$.

Là encore, on trouve un bon accord.

8.2.2. Fréquences $f_\alpha$ et $f_1$. — 8.2.2.1. La mesure directe de $f_\alpha$ est possible, mais délicate (comme pour la détermination de $f_\beta$, on fait varier la fréquence jusqu'à trouver $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$).

8.2.2.2. Si l'on veut vérifier la relation $\frac{f_\alpha}{f_1}(\varepsilon)$, il y a lieu de bien choisir le point de mesure :

*a.* Le courant $I_E$ ne doit pas être trop élevé pour rester dans l'hypothèse des faibles injections et pour que $C_s$ varie linéairement avec $I_E$;

*b.* Le courant $I_E$ ne doit pas être trop faible pour que $C_T$ soit négligeable devant $C_s$, c'est-à-dire

pour qu'on puisse considérer le transistor drift comme intrinsèque.

Si l'on n'observe pas ces deux conditions, les résultats risquent d'être complètement erronés : ainsi pour les transistors drifts 30 MHz à $I_E = 1$ mA, $V_{cb} = -9$ V, on trouve un rapport $\frac{f_\alpha}{f_1}$ de l'ordre de 1,4 à 1,5, ce qui conduirait à dire que $\varepsilon = 1{,}6$ !!.

Or, à 1 mA, $C_T$ n'est pas encore négligeable devant $C_S$.

*Remarque.* — La méthode de choix pour ces mesures est certainement celle du traceur de courbe $\alpha(f)$ dans le plan complexe, d'où l'on déduit $f_\alpha$ et $f_1$. On met ainsi en évidence les rotations de phase présentées par le transistor.

## 9. MÉTHODE DE CALCUL D'UN TRANSISTOR DRIFT.

On peut, une fois ces vérifications effectuées, présenter une méthode générale de calcul de caractéristiques à partir d'un certain nombre d'hypothèses.

### 9.1. Formules générales.

Ce sont les formules :

— de définition

$$N_E = N_0 \operatorname{erfc} \frac{x_E}{L_D},$$

$$N_I = N_0 \operatorname{erfc} \frac{w_c}{L_D},$$

(2) $$\varepsilon = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \frac{N_E + N_I}{2 N_I}$$

— de schéma équivalent

$$f_1 = \frac{q}{2\pi kT} \frac{I_E}{C_{b'c}},$$

(37) $$C_{b'c} = C_S + C_T,$$

(29) $$C_S = \frac{3}{4} \frac{qI_E}{kT} \frac{w^2}{2D_p} \frac{1}{\varepsilon},$$

(44) $$-V_E \left(\frac{C_T}{S_E}\right)^2 = \frac{KE_0 q}{2} N_E;$$

— de l'efficacité d'injection.

(55) $$\gamma = \frac{\mu_p}{\mu_n} \frac{P_0}{N_0} \frac{N_E}{Y_E},$$

$$Y = \int_X^\infty \operatorname{erfc} X \, dX.$$

### 9.2. Hypothèses.

9.2.1. Le gain (émetteur commun) est limité par l'injection : même si cela n'est pas vrai, on sait que le gain ainsi défini est une valeur maximale du gain réel.

9.2.2. Les paramètres définis ci-dessus sont donnés dans les conditions de validité des formules précédentes :

*a.* $C_S$ varie linéairement avec $I_E$;
*b.* $C_T$ est indépendant de $I_E$;
*c.* $C_S$ est indépendante de $V_{cb}$.

9.2.3. Le choix des données peut être assez délicat. D'une part, les conditions de polarisation doivent tenir compte des performances désirées : plus on veut un centrage sur $f_\alpha$ élevé, plus il faut admettre un courant $I_E$ et une tension $V_{cb}$ élevés.

D'autre part, on se fixe $f_1$ et $\varepsilon$ : ce dernier paramètre sera pris raisonnablement plus élevé si l'on veut $f_1$ plus grand. Cette manière d'opérer se justifie, d'après ce que nous avons dit au sujet du centrage relatif de $\varepsilon$ dans une diffusion donnée.

Enfin, on suppose $\frac{\mu_p}{\mu_n} \sim 0{,}5$ et l'on se donne $P_0$.

### 9.3. Méthode de calcul.

9.3.1. Si les conditions de polarisation sont convenables (*voir* § 8.2.2.2), connaissant $f_1$ et $\varepsilon$ on en tire $f_\alpha$.

9.3.2. La donnée de $\gamma$ détermine $X_E$. Il est bon de faire remarquer l'importance de cette condition, puisqu'il est impossible de dissocier pénétration émetteur et performance haute fréquence.

9.3.3. Prenons $N_0$ comme *paramètre* : connaissant $X_E$ on en déduit $N_E$.

9.3.4. Puis $N_I$ est tiré de (2). Il faut vérifier que la valeur choisie pour $\varepsilon$ est compatible avec une concentration correcte $N_I$ pour que la résistivité correspondante ait un ordre de grandeur raisonnable (15 à 20 Ω/cm) :

*a.* pas trop grand pour que la résistivité du matériau d'origine ne soit pas trop proche de l'intrinsèque (difficulté de tirage, saturations élevées);

*b.* pas trop faible, l'extension de la zone de charge d'espace risquant d'être impossible jusqu'à cette région.

9.3.5. D'après

$$N_I = N_0 \operatorname{erfc} \frac{w_c}{L_D}$$

on en tire $\frac{w_c}{L_D}$.

9.3.6. Écrivons

$$C_S = \frac{3}{4}\frac{q}{kT}\left(1-\frac{x_E}{w_c}\right)^2 \varepsilon^{-1} I_E w_c^2 = C_2 w_c^2;$$

connaissant

$$\frac{x_E}{w_c} = \frac{x_E}{L_D}, \quad \frac{w_c}{L_D}, \quad \varepsilon, \quad I_E,$$

on obtient

$$C_2(N_0) = \frac{3}{4}\frac{q}{kT}\left(1-\frac{x_E}{w_c}\right)^2 \varepsilon^{-1} I_E$$

qui dépend de $N_0$ par $\frac{x_E}{w_c}$.

9.3.7. La relation (44) montre que, toutes choses égales par ailleurs, $S_E$ est d'autant plus grand que $-V_E$ est grand.

Or

$$-V_E = -V_\varphi - V_c, \qquad (V_E \text{ et } V_\varphi < 0,\ V_c > 0).$$

Donc, si l'on prend $-V_E = -V_\varphi$ il faudra considérer $S_E$ maximale.

Ceci étant admis, on obtient $C_1 = \frac{C_T}{S}$ qui dépend de $N_0$ par $N_E$.

9.3.8. Portons

$$C_S = C_2(N_0) w_c^2,$$
$$C_T = C_1(N_0) S_E$$

dans

$$C_{b'c} = \frac{q}{2\pi kT}\frac{I_E}{f_1},$$

on aboutit à une relation

$$C_1(N_0) S_E + C_2(N_0) w_c^2 = C_{b'c}. \tag{61}$$

9.4. **Conséquences.**

9.4.1. Le problème admet une double infinité de solutions puisque $N_0$ est un paramètre et qu'on dispose d'une relation entre les paramètres indépendants $S_E$ et $w_c$.

9.4.2. $N_0$ joue un rôle déterminant. On sépare les influences respectives de la diffusion ($w_c$) et de la technologie ($S_E$). Cette dualité à $N_0$ donné conduit à deux types de solutions : $S_E$ faible, $w_c$ grand et *vice versa*.

Il semble préférable *a priori*, techniquement, de prendre $S_E$ (relativement) grand, la facilité du contrôle de la diffusion rendant possible une épaisseur diffusée faible.

9.4.3. Il serait intéressant de connaître les variations de $C_1$ et $C_2$ avec $N_0$.

Pour un gain donné, si $N_0$ croît, $X_E$ croît, mais $N_E = N_0$ erfc $X_E$ peut ou non croître. En fait, pour des valeurs particulières de $N_0$ normalement rencontrées, on trouve que $C_1(N_0)$ croît quand $N_0$ croît.

Si l'on admet que $\varepsilon$ varie peu avec $N_0$, $C_2(N_0)$ diminue quand $N_0$ augmente.

Cela signifie, à $w_c$ et $S_E$ donnés, que $C_{b'c}$ varie peu avec $N_0$, puisque les variations respectives de $C_1$ et $C_2$ tendent à se compenser.

Par conséquent, $S_E$ et $w_c$ sont bien les variables intéressantes.

9.4.4. Il existe des limites supérieures pour $S_E$ (maximum maximorum) et $w_c$. Elles correspondent aux cas où, soit $C_1 S_E$, soit $C_2 w_c^2 = C_{b'c}$.

Si l'on veut que la surface émetteur soit la plus grande possible, il faut rendre $C_1$ petit, donc $N_0$ plus faible. Il s'ensuit que $C_2$ est plus élevé et, par suite, $w_c$ plus faible.

Le raisonnement précédent montre ici son insuffisance, car il ne tient pas compte de toutes les données technologiques. En effet, dans l'optique de cette solution, on se heurte à une grave difficulté : si l'on choisit la température de formage minimale compatible avec un mouillage correct, on peut aboutir à une pénétration émetteur trop importante par rapport à $w_c$ (quoique faible dans l'absolu) entraînant un gain et $r_{bb'}$ trop élevés.

Par contre, si l'on accepte la solution, très faible émetteur, « grande » profondeur de diffusion, outre les difficultés de manutention de très petites billes, il peut y avoir incompatibilité entre un mouillage correct et une pénétration régulière relativement importante.

Il est évident que le compromis nécessaire ne peut plus être donné par la théorie et résulte de l'expérimentation.

On voit combien, en face de la souplesse du processus de diffusion, les conditions technologiques sont critiques. La méthode d'alliage est évidemment à incriminer. C'est finalement elle qui limite les possibilités du transistor drift et son élimination conduit aux techniques du transistor à base diffusée.

## 10. CONCLUSIONS.

La synthèse précédente, en précisant et complétant les résultats de la théorie fondamentale, a permis de comprendre certains résultats expérimentaux qui avaient paru réduire les espoirs placés dans cette technique, et par suite d'en corriger les effets néfastes

par le choix d'un compromis judicieux. En particulier, l'importance du contrôle de la pénétration

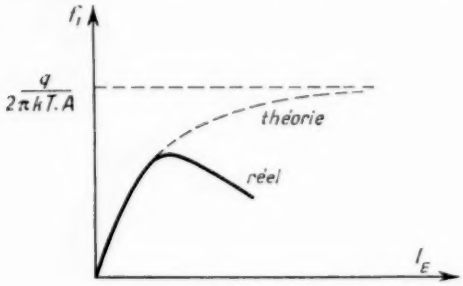


Fig. 16.

émetteur, si l'on veut réellement atteindre les performances élevées, est clairement mise en évidence.

L'influence de la capacité de transition émetteur dans la limitation en fréquence apparaît primordiale. On peut traduire ce fait par une réduction du rôle de la capacité de stockage, donc du champ interne.

L'accent doit être placé sur l'intérêt théorique et pratique, présenté par la fréquence $f_1$.

On peut résumer en constatant que les limitations du transistor drift sont inhérentes à la technique d'alliage : le contrôle de la pénétration et de la surface de l'émetteur en fixe essentiellement les bornes.

Pour terminer, indiquons rapidement les insuffisances de la théorie présentée dans cet article.

L'existence de la recombinaison en surface, très importante dans la limitation du gain, n'a pas encore fait l'objet d'une théorie complète.

Le fonctionnement à fort niveau n'est pas envisagé. La variation de $f_1$ avec $I_E$, qui présente un maximum au lieu d'une croissance constante prévue par la théorie à faible niveau, en est certainement une conséquence

$$\left(A = \frac{C_S}{I_E} = \frac{3}{4}\,\frac{q}{kT}\,\frac{w^2}{2D_p}\,\frac{1}{\varepsilon}\right).$$

## BIBLIOGRAPHIE.

[1] J. Grosvalet, *Étude d'un transistor haute fréquence du type drift* (*Onde Électrique*, février 1959).

[2] Ciacoletto, *Junction capacitance in graded impurity semiconductors* (*Inst. Radio Engrs Trans. on Electron Devices*, t. ED 4, n° 3, juillet 1957).

# ÉTUDE ET RÉALISATION D'UN SPECTROMÈTRE DE MASSE DU TYPE OMÉGATRON. APPLICATION A LA DÉTECTION DES FUITES ET A L'ANALYSE DES GAZ SOUS FAIBLE PRESSION [1]

PAR R. J. WARNECKE,

Centre de Physique Électronique et Corpusculaire
de la Compagnie Générale de T. S. F.

## PREMIÈRE PARTIE.

SOMMAIRE. — *Cet exposé est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'un spectromètre de masse du type Omégatron dont deux versions sont présentées.*

*La première est destinée à l'analyse quantitative de mélanges de gaz sous très faible pression ($P < 10^{-5}$ torr); la seconde est utilisée pour la détection des fuites principalement sur des tubes et dispositifs électroniques scellés sous vide.*

*Dans une première partie, l'auteur expose les principaux résultats d'une théorie qui permet, moyennant certaines approximations, d'avoir une idée assez précise de la forme des trajectoires ioniques dans la chambre d'analyse du spectromètre. Il étudie, en particulier : l'influence de la vitesse initiale des ions, l'effet d'un champ continu superposé au champ électrique alternatif (polarisation qui a pour rôle d'extraire de la région critique d'accélération des ions les particules non résonnantes qui ont tendance à s'accumuler au voisinage du faisceau d'électrons), enfin, les conséquences d'un défaut d'orientation du champ magnétique par rapport au champ électrique.*

*Dans la seconde partie, l'auteur décrira deux versions de l'Omégatron destinées, l'une à l'analyse des gaz sous faible pression, l'autre à la détection des fuites, l'hélium ou de préférence l'argon étant utilisés comme gaz d'épreuve.*

*Il donnera également un certain nombre de résultats expérimentaux destinés à montrer l'influence des divers paramètres (niveau haute fréquence, tensions de polarisation, intensité du courant électronique, tension d'accélération des électrons, pression) sur les caractéristiques et les performances du spectromètre étudié. Enfin, quelques spectres seront présentés et des chiffres seront fournis concernant, d'une part, la précision des mesures et, d'autre part, les limites de sensibilité.*

(C. D. U. : 537.534.3.)

SUMMARY. — *This article deals with the theoretical and experimental investigation of a mass spectrometer of the Omegatron type, two versions of which are described.*

*The first version is intended for the quantitative analysis of gas mixtures at very low pressure ($P$ not greater than $10^{-5}$ torr); the second is used for the detection of leaks, mainly on tubes and vacuum sealed electronic systems.*

---

[1] Ce Mémoire a fait l'objet d'une thèse soutenue le 26 mai 1959 devant la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

Manuscrit reçu le 29 mai 1959.

*In Part I the author sets out the principal results of a theory which, subject to certain approximations, gives some fairly accurate idea of the form of the ion trajectories in the analysing chamber of the spectrometer. In particular, the following are examined : influence of initial ion velocity; effect of a D. C. field superimposed on the alternating electric field (polarisation which is intended to extract from the critical ion acceleration region the non-resonant particles which tend to accumulate in the neighbourhood of the electron beam); lastly, the consequences of faulty orientation of the magnetic field with respect to the electric field.*

*In Part II the author will describe two versions of the Omegatron intended, one, for the analysis of gases at low pressure, and the other for the detection of leaks, helium or preferably argon being used as a test gas.*

*A number of experimental results will be given to show the influence of the various parameters (H. F. level, polarisation voltage, electron current intensity, electron accelerating voltage, pressure) on the characteristics and performance of the spectrometer investigated. Lastly, a few spectra will be shown and figures given in respect of the precision of the measurements and also of the limits of sensitivity.* (U. D. C. : 537.534.3.)

INHALTSANGABE. — *Dieser Aufsatz befasst sich mit der theoretischen und experimentellen Untersuchung eines Massenspektrometers der Omegatron-Type, von dem zwei Ausführungen beschrieben werden.*

*Die erste ist für die quantitative Bestimmung von Gasgemischen bei sehr kleinen Drücken ($\leq 10^{-5}$ torr) bestimmt, während die zweite zur Ortung von Leckstellen besonders an Röhren und verschweissten Elektronikgeräten unter hohem Vakuum verwendet wird.*

*Im ersten Teil legt der Verfasser die wichtigsten Ergebnisse einer Theorie aus, mit welcher man mittels einiger vereinfachenden Annahmen die Form der Flugbahnen der Ionen in der Versuchskammer des Spektrometers mit einer guten Näherung bestimmen kann. Man untersucht insbesondere den Einfluss der Anfangsgeschwindigkeit der Ionen, den Einfluss eines dem Wechselfelde überlagerten elektrischen Gleichfeldes (Vorspannung), dessen Rolle darin besteht, die Partikeln, die sich nicht im Resonanzzustand befinden, die dazu neigen, sich in der Nähe des Elektronenstrahles anzusammeln, aus der kritischen Beschleunigungszone zu entfernen; und schliesslich die Folgen einer Abweichung in der Ausrichtung des Magnetfeldes in bezug auf das elektrische Feld.*

*In dem zweiten Teil wird der Verfasser zwei Ausführungen des Omegatrons beschreiben, von denen die eine zur Bestimmung der Gase unter sehr kleinen Drücken und die andere zum Nachweis von Leckstellen dient, wobei das Argon vorzugsweise statt Helium verwendet wird. Er gibt ebenfalls einige Versuchsergebnisse, die den Einfluss der verschiedenen Parameter (HF-Pegel; Vorspannung; Elektronenstromstärke; Beschleunigungsspannung der Elektronen; Druck) auf die Daten und Leistungen des untersuchten Spektrometers zeigen. Es werden schliesslich einige Spektren gezeigt und Zahlenangaben einerseits betreffs der Messgenauigkeit und andererseits betreffs der Empfindlichkeitsgrenzen gegeben.* (D. K. : 537.534.3.)

## INTRODUCTION.

Née à la fin de la première guerre mondiale, sous l'impulsion d'Aston, de Dempster, puis de Nier, la spectrométrie de masse a vu son domaine d'application s'élargir considérablement, surtout depuis une vingtaine d'années.

A l'origine, dispositif de laboratoire manipulé par des chercheurs surtout préoccupés de déterminer les poids isotopiques et de mesurer avec précision les abondances relatives des isotopes d'éléments connus, le spectromètre de masse est devenu un appareil industriel dont l'usage est aujourd'hui aussi familier au chimiste, au géologue, à l'électronicien, au technicien du vide et au biologiste qu'au physicien chargé, par exemple, d'établir le bilan énergétique d'une réaction nucléaire.

Une telle extension du domaine d'application devait évidemment s'accompagner d'une spécialisation des appareils dont on exige pour un type d'application donné des performances et des caractéristiques bien déterminées.

Ainsi, le spectromètre classique auquel on demande une grande sensibilité, une précision élevée et un pouvoir de résolution important dans un domaine de masse étendu est destiné, soit à la détermination expérimentale des masses atomiques — cas des appareils de Dempster ou Aston — soit à la mesure

des abondances relatives des différentes masses — cas des spectromètres du type Nier qui équipent, en particulier, les usines de séparation isotopique par diffusion gazeuse.

Des appareils à hautes performances sont aussi utilisés par les chimistes qui ont besoin de connaître avec une grande précision la composition de mélanges de gaz difficiles à analyser par voie chimique.

Dans d'autres secteurs de l'industrie, en particulier dans le domaine de l'électronique et de la technique du vide, le spectromètre est devenu un outil indispensable, mais, en général, on n'en exige pas des performances comparables à celles des spectromètres classiques, surtout en ce qui concerne la valeur du pouvoir de résolution et l'étendue du domaine de masse exploitable.

Un pouvoir séparateur relativement modeste sera par exemple acceptable pour l'analyse de mélanges gazeux dont les constituants ont des masses différentes ou bien pour le contrôle permanent de la pureté d'un gaz dont la masse s'écarte sensiblement de celles des impuretés éventuelles.

Il en est de même dans le cas des spectromètres utilisés pour la détection des fuites : généralement le gaz témoin sur lequel est réglé l'appareil est léger et sa masse facile à séparer des masses voisines; toutefois, dans ce cas particulier, on exige du spectromètre une grande sensibilité.

Évidemment chaque nouvelle possibilité d'utilisation apporte à la spectrométrie de masse des problèmes nouveaux qui peuvent être résolus dans les conditions les plus avantageuses, soit au prix de modifications plus ou moins importantes d'appareils existants, soit par la réalisation de nouveaux types de spectromètres, généralement moins complexes et de performances plus modestes que les appareils classiques, mais mieux adaptés à des conditions expérimentales bien déterminées et parfois très particulières.

C'est ainsi que pour satisfaire les différents besoins de l'industrie un grand nombre d'appareils de types divers furent créés, utilisant tantôt des champs purement électriques — cas des spectromètres de masse à temps de transit et haute fréquence —, tantôt un champ magnétique, généralement moins important que celui utilisé dans les appareils classiques, tantôt un champ magnétique associé à un champ électrique variable.

A ce dernier groupe appartient l'Omégatron dont les caractéristiques, les performances et les applications font l'objet de cette étude.

Nous verrons que ce spectromètre dont le principe est analogue à celui du cyclotron est particulièrement bien adapté aux besoins de la technique du vide et qu'il doit également trouver un plein emploi dans le domaine de la technologie des tubes électroniques où se posent, entre autres, les problèmes suivants :

— Recherche de la nature et de l'origine des gaz résiduels; ceci englobe les importantes études de l'absorption et de la désorption des gaz par les métaux, le verre, la céramique, les isolants de toute nature, etc. Autant de problèmes dont les solutions doivent permettre l'établissement de règles et consignes technologiques précises concernant le choix des matériaux, l'usinage et le traitement des pièces détachées, également le mode d'assemblage de ces pièces;

— Contrôle de l'efficacité des getters, étude de l'influence de l' « ambiance » sur la durée de vie des couches actives, détection des impuretés, étude de la nature des évaporants d'une cathode à oxydes, etc.

En général, les gaz résiduels sont constitués d'éléments relativement légers, tels que l'hydrogène, l'hélium, l'oxygène, le méthane, l'oxyde de carbone, le gaz carbonique, etc. Il n'est donc pas nécessaire pour obtenir leurs spectres de disposer d'un analyseur ayant un pouvoir séparateur très élevé dans un large domaine de masse; par contre, et c'est ici que la plupart des spectromètres classiques ne conviennent pas, il importe que la constitution interne de l'appareil ne modifie pas la composition du gaz à analyser, autrement dit qu'il n'ait pas de résiduel propre; ceci impose que le spectromètre soit de dimensions aussi réduites que possible, qu'il puisse être soigneusement étuvé et que son fonctionnement ne nécessite pas obligatoirement l'utilisation d'un groupe de pompage auxiliaire, enfin qu'il puisse être éventuellement scellé sous vide avec le tube dont on veut étudier le gaz résiduel au cours du temps, le tube étant ou non en fonctionnement.

Nous verrons que l'Omégatron satisfait parfaitement à ces exigences qu'on peut d'ailleurs rencontrer dans bien d'autres domaines, par exemple, celui de l'énergie atomique.

## I. ÉTUDE THÉORIQUE DE L'OMÉGATRON.

### 1.1. Principe.

Omégatron est le nom donné par Sommer, Thomas et Hipple [1] à un spectromètre de masse à réso-

nance d'ions dont le principe, analogue à celui du cyclotron, est le suivant :

Dans une enceinte où règne un bon vide ($P \leq 10^{-5}$ torr) sont appliqués orthogonalement un champ magnétique constant **B** et un champ alternatif **E** d'amplitude $E_0$ et de pulsation $\omega$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Un faisceau d'électrons très fin, parallèle à la direction du champ magnétique ionise les molécules de gaz présentes dans l'enceinte et sous l'influence de la force électromagnétique

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}],$$

les ions formés décrivent autour du faisceau d'électrons où ils ont pris naissance, des trajectoires spirales dans un plan perpendiculaire au champ magnétique **B**.

Parmi tous ces ions, seules les particules de charge $e$ et de masse $m$ dont la pulsation gyromagnétique $\Omega = \frac{eB}{m}$ est égale à la pulsation du champ électrique appliqué reçoivent à chaque révolution un apport d'énergie emprunté au champ **E** et de ce fait décrivent des spirales dont les rayons vecteurs croissent sans cesse (*fig.* 1); ils peuvent ainsi atteindre un collecteur S situé à une distance déterminée $R_0$ du faisceau d'électrons.

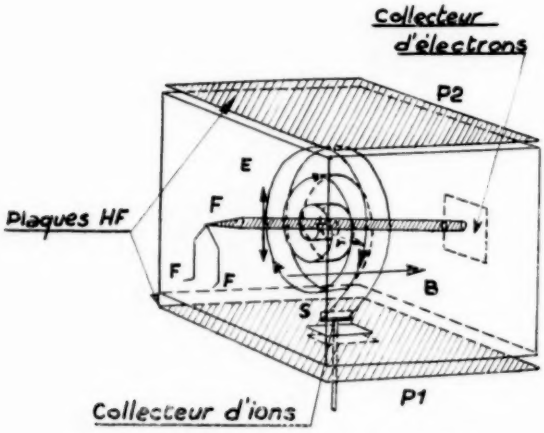


Fig. 1. — Schéma de principe de l'omégatron.

Ces ions dits *résonnants* abandonnent leurs charges sur le collecteur qui est inaccessible aux ions non résonnants (c'est-à-dire aux ions dont la pulsation propre est différente de $\omega$) de sorte que la mesure du courant ionique recueilli sur le collecteur constitue une mesure de la concentration en particules de masse $m$ de l'échantillon de gaz présent sous faible pression dans l'Omégatron.

Pour une autre valeur $\omega'$ de $\omega$ on collecte les charges des particules de masse $m'$ et de charge $e$ telles que

$$\omega' = \Omega' = \frac{eB}{m'}.$$

Par suite, en faisant varier la fréquence du champ électrique appliqué on fait défiler sur le collecteur d'ions des particules de rapport $\frac{e}{m}$ différent; à chaque collection d'un groupe de particules de même masse correspond ce qu'on appelle un « pic » qui se caractérise par son amplitude, proportionnelle au nombre d'ions collectés, et sa largeur qui pour un Omégatron donné est fonction de l'intensité des champs électrique et magnétique appliqués.

Fréquences et masses sont liées par la relation

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{eB}{m},$$

soit

$$f_{(\mathrm{kHz})} = 1,52 \frac{B_{(\mathrm{gauss})}}{m_{(\mathrm{u.\,m.\,a.})}}.$$

Ainsi les ions formés dans l'Omégatron sont séparés d'après leur masse et la mesure des courants ioniques devrait indiquer leurs concentrations dans l'échantillon de gaz présent dans la chambre d'analyse.

### 1.2. Théorie du fonctionnement de l'Omégatron.

Les calculs suivants supposent que :

*a.* Les champs électrique et magnétique sont rigoureusement uniformes et parfaitement centrés dans la zone d'interaction;

*b.* La charge spatiale des ions non résonnants au voisinage du faisceau d'électrons a une influence négligeable sur le comportement des ions résonnants;

*c.* Le libre parcours moyen des molécules neutres est grand devant la longueur des trajectoires ioniques;

*d.* Le faisceau d'électrons ionisants est infiniment mince.

Compte tenu de ces hypothèses simplificatrices les résultats obtenus ne peuvent être qu'approximatifs, mais nous verrons qu'ils sont assez bien vérifiés par l'expérience lorsqu'on opère à des pressions inférieures à $10^{-5}$ torr avec des courants électroniques n'excédant pas quelques microampères.

1.2.1. ÉTUDE DU MOUVEMENT D'UN ION DE VITESSE $\mathbf{v}_0$ SOUS L'INFLUENCE DES CHAMPS CROISÉS $\mathbf{B}$ ET $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t + \varphi)$. — 1.2.1.1. *Équations des trajectoires.* — Supposons qu'à l'origine O du système d'axes rectangulaires de la figure 2 se trouve, à l'instant $t = 0$ une particule de masse $m$, de charge $e$ et de vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ soumise à l'action du champ magnétique uniforme $\mathbf{B}$ dirigé suivant l'axe $Oz$ et du champ électrique $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t + \varphi)$ dirigé suivant $Oy$.

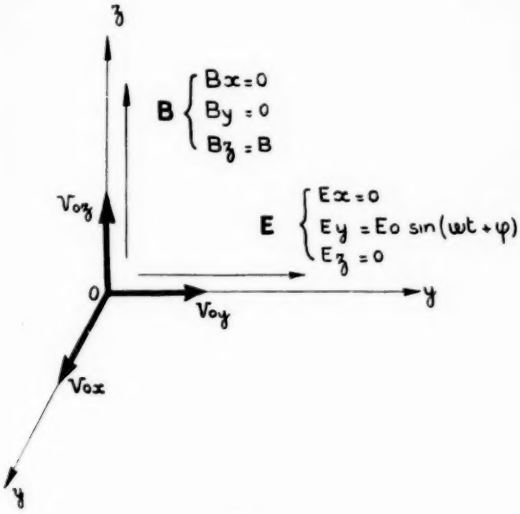


Fig. 2.

La force $\mathbf{F}$ qui s'exerce sur la particule à l'instant $t$ étant :

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}], \tag{1}$$

l'équation vectorielle du mouvement est

$$m\boldsymbol{\gamma} = e[\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}], \tag{2}$$

$\mathbf{v}$ et $\boldsymbol{\gamma}$ désignant respectivement la vitesse et l'accélération de la particule.

En projetant la relation (2) sur les trois axes, on a, en posant

$$\Omega = \frac{eB}{m}, \tag{3}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \Omega \frac{dy}{dt}, \tag{4}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\Omega \frac{dx}{dt} + \frac{E_0}{m} \sin(\omega t + \varphi), \tag{5}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0. \tag{6}$$

Comme on suppose qu'à l'origine des temps la particule se trouve au point O avec la vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ les conditions initiales s'écrivent

$$t = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = y = z = 0, \\ \left(\dfrac{dx}{dt}\right)_{t=0} = v_{0x}, \qquad \left(\dfrac{dy}{dt}\right)_{t=0} = v_{0y}, \\ \left(\dfrac{dz}{dt}\right)_{t=0} = v_{0z}. \end{array} \right. \tag{7}$$

$v_{0x}$, $v_{0y}$ et $v_{0z}$ désignant les composantes de $\mathbf{v}_0$ sur les trois axes.

Compte tenu de la dernière des conditions (7), la relation (6) montre que

$$z = v_{0z} t. \tag{8}$$

Autrement dit le mouvement de la particule suivant la direction $Oz$ est uniforme. Dans le plan $xOy$ le mouvement est défini par les équations (4) et (5) qui, par une intégration partielle et compte tenu des conditions initiales conduisent à l'équation différentielle du deuxième ordre à coefficients constants

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \Omega^2 y = \frac{E_0 e}{m} \sin(\omega t + \varphi) - \Omega v_{0x} \tag{9}$$

dont l'intégration est élémentaire.

Il faut néanmoins étudier séparément le cas où $\omega \neq \Omega$ et celui où $\omega = \Omega$.

*a. Cas des ions non résonnants : $\omega \neq \Omega$.* — Lorsque $\omega \neq \Omega$, les équations paramétriques de la trajectoire de l'ion $(e, m)$ sont

$$\begin{aligned} x = {} & \left[\frac{v_{0x}}{\Omega} \sin \Omega t + \frac{v_{0y}}{\Omega}(1 - \cos \Omega t)\right] \\ & + \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)} \left[\frac{\Omega^2 - \omega^2}{\Omega \omega} \cos \varphi + \frac{\omega}{\Omega} \cos \varphi \cos \Omega t \right. \\ & \left. - \frac{\Omega}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) - \sin \varphi \sin \Omega t\right], \\ y = {} & \left[\frac{v_{0x}}{\Omega}(\cos \Omega t - 1) + \frac{v_{0y}}{\Omega} \sin \Omega t\right] \\ & + \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)} \left[\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi \cos \Omega t \right. \\ & \left. - \frac{\omega}{\Omega} \sin \Omega t \cos \varphi\right], \\ z = {} & v_{0z} t. \end{aligned} \tag{10}$$

*b. Cas des ions résonnants : $\omega = \Omega$.* — Lorsque la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre de la particule $(e, m)$, les équations paramétriques de la trajectoire de l'ion sont

$$\begin{aligned} x = {} & \left[\frac{v_{0x}}{\Omega} \sin \Omega t + \frac{v_{0y}}{\Omega}(1 - \cos \Omega t)\right] \\ & + \frac{E_0}{2B\Omega} [2(1 - \cos \Omega t) \cos \varphi \\ & - \Omega t \sin(\Omega t + \varphi) + \sin \Omega t \sin \varphi], \end{aligned} \tag{13}$$

$$(14)\quad y = \left[\frac{v_{0x}}{\Omega}(\cos\Omega t - 1) + \frac{v_{0y}}{\Omega}\sin\Omega t\right] + \frac{E_0}{2B\Omega}[\sin\Omega t\cos\varphi - \Omega t\cos(\Omega t + \varphi)],$$
$$z = v_{0z}t.$$

1.2.1.2. *Influence de la vitesse initiale* $\mathbf{v}_0$ *sur la forme des trajectoires ioniques.* — On a vu que l'existence de la composante $v_{0z}$ de la vitesse initiale a pour effet de communiquer à la particule, qu'elle soit ou non en résonance, un mouvement uniforme de vitesse $v_{0z}$ suivant la direction $Oz$.

Quant à l'influence des composantes $v_{0x}$ et $v_{0y}$ sur le mouvement de l'ion dans le plan $xOy$, on peut la mettre en évidence de la manière suivante :

Posons

$$(16)\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{v_{0x}}{\Omega}\sin\Omega t + \dfrac{v_{0y}}{\Omega}(1 - \cos\Omega t), \\ y_1 = \dfrac{v_{0x}}{\Omega}(\cos\Omega t - 1) + \dfrac{v_{0y}}{\Omega}\sin\Omega t. \end{cases}$$

On a

$$(17)\quad \rho^2 = x_1^2 + y_1^2 = \frac{4(v_{0x}^2 + v_{0y}^2)}{\Omega^2}\sin^2\frac{\Omega t}{2},$$

c'est-à-dire

$$\rho = \frac{2(v_{0x}^2 + v_{0y}^2)^{\frac{1}{2}}}{\Omega}\,\frac{\sin\Omega t}{2}$$

dont la valeur maximum est

$$(18)\quad \rho_{\max} = \frac{2}{\Omega}(v_{0x}^2 + v_{0y}^2)^{\frac{1}{2}}.$$

En effectuant le changement d'origine défini par

$$X = x + x_1,$$
$$Y = y + y_1,$$

on voit que l'existence de $\mathbf{v}_0$ a pour effet de déplacer l'origine des trajectoires dans le plan $xOy$, l'amplitude maximum de ce décentrement étant égale à

$$\frac{2}{\Omega}(v_{0x}^2 + v_{0y}^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Or, la vitesse initiale $\mathbf{v}_0$ n'est autre que la vitesse d'agitation thermique dont on sait que la valeur n'est pas modifiée par le phénomène d'ionisation.

Par suite, on aura un ordre de grandeur moyen de la valeur $P_{\max}$ en prenant pour $v_0$ la vitesse quadratique moyenne $C$ déduite de la loi de distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann :

$$C = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

En raison de la distribution isotrope des vitesses, ses composantes suivant les trois axes sont égales, ce qui permet d'écrire

$$v_{0x}^2 = v_{0y}^2 = v_{0z}^2 = \frac{C^2}{3}$$

et

$$(19)\quad \rho_{\max} = \frac{2C}{\Omega}\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{2}{eB}\sqrt{2mkT}.$$

A la température ambiante ($T = 293^\circ$ K) et pour $B = 2\,500$ gauss, valeur utilisée en pratique, on a, $m$ étant exprimé en unités de masse atomique (1 u. m. a. $= 1{,}6.10^{-24}$ g)

$$\rho_{\max} = 1{,}74.10^{-2}\sqrt{m}.$$

Ainsi $\rho_{\max}$ varie entre $1{,}74.10^{-2}$ cm pour $m = 1$ et $1{,}74.10^{-1}$ cm pour $m = 100$, valeurs négligeables devant les dimensions de la zone d'interaction dont la section droite dans le plan $xOy$ est un carré d'environ 2 cm de côté.

Il s'avère donc légitime de négliger $x_1$ et $y_1$ pour le calcul des trajectoires ioniques dans le plan $xOy$.

Par contre, la détermination de la durée $t_0$ des trajets des ions résonnants (*voir* § 1.2.2) montre qu'il est nécessaire, pour expliquer les phénomènes, de tenir compte du mouvement d'entraînement des particules dans la direction $Oz$, mouvement régi par l'équation (8)

$$z = v_{0z}t.$$

En effet,

$$v_{0z} = \frac{C}{\sqrt{3}} = \frac{1{,}7.10^{-5}}{\sqrt{m}}\ \text{cm/s},$$

c'est-à-dire que la valeur moyenne de $v_{0z}$ varie entre $1{,}7.10^{-5}$ cm/s pour $m = 1$ et $1{,}7.10^{-4}$ cm/s pour $m = 100$; comme pratiquement $t_0$ qui est indépendant de $m$ est de l'ordre de $10^{-4}$ s pour un champ magnétique de 2 500 gauss, $z$ varie entre 17 cm pour $m = 1$ et 1,7 cm pour $m = 100$, ce qui est bien supérieur à la hauteur de la zone d'interaction qui est, pour l'Omégatron que nous étudierons, de l'ordre de 1,5 cm [2].

Il en résulte qu'une fraction importante des ions formés atteignent les limites de la région d'analyse avant de parvenir sur le collecteur, d'où une perte de sensibilité qui est d'autant plus importante que les masses des particules sont plus petites. Nous reviendrons sur ce point dans la seconde partie de cet exposé et nous montrerons qu'on peut éliminer

[2] Cette hauteur de la zone d'interaction dans laquelle évoluent les ions est, en pratique, déterminée par la longueur de l'entrefer de l'aimant utilisé.

en partie le glissement des ions dans la direction du champ magnétique en appliquant sur certaines électrodes du tube délimitant la zone d'interaction une polarisation positive dont l'amplitude est de l'ordre du volt.

Pour l'immédiat nous étudierons en détail les trajectoires ioniques dans le plan $xOy$, en négligeant, comme on a vu qu'il était légitime de le faire, l'influence des vitesses initiales.

1.2.1. Étude des trajectoires des ions résonnants. — Les relations (13) et (14) dans lesquelles

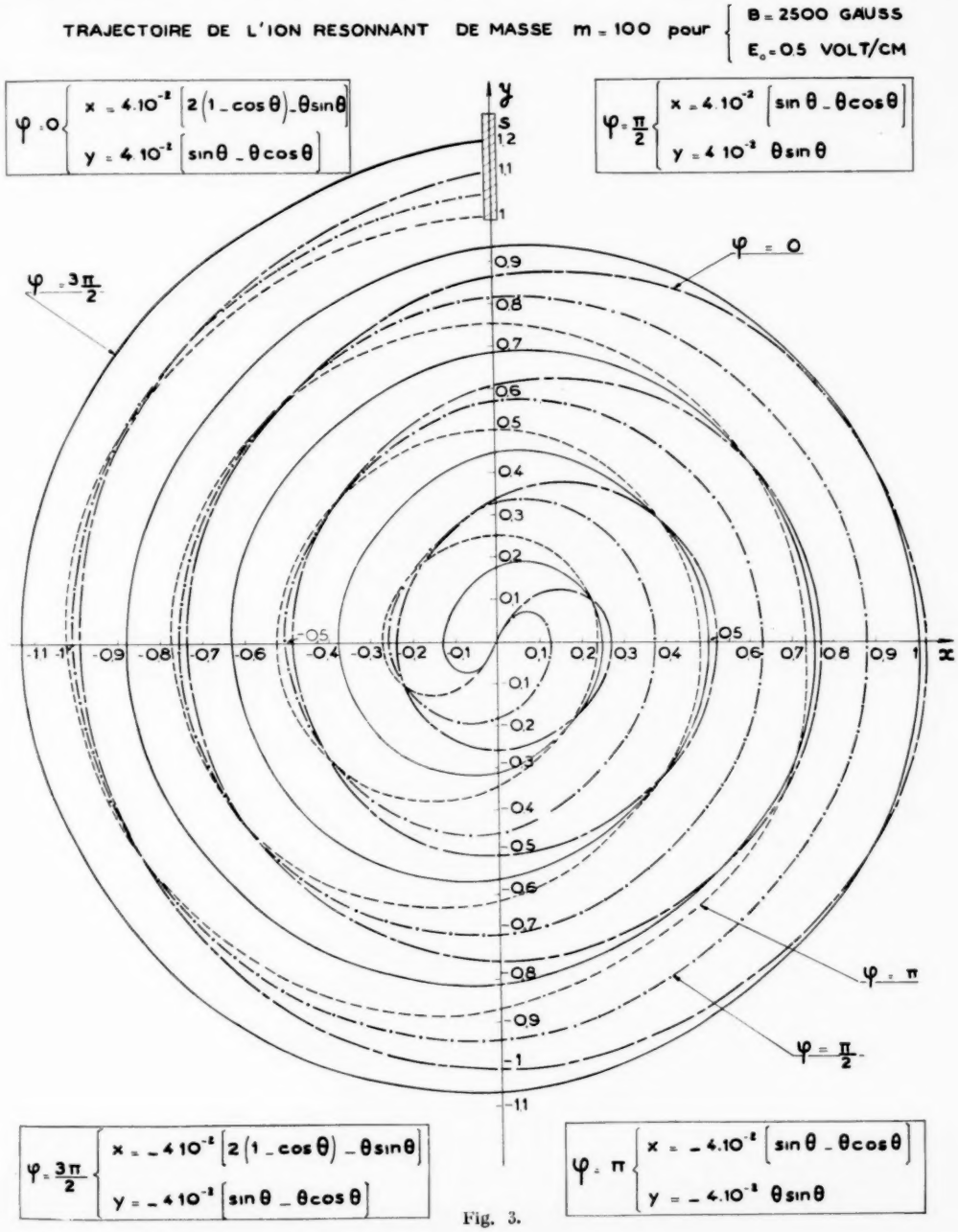


Fig. 3.

on néglige $x_1$ et $y_1$ se réduisent à

$$x = \frac{E_0}{2B\Omega}[2(1-\cos\Omega t)\cos\varphi - \Omega t\sin(\Omega t+\varphi) + \sin\Omega t\sin\varphi],$$

$$y = \frac{E_0}{2B\Omega}[\sin\Omega t\cos\varphi - \Omega t\cos(\Omega t+\varphi)],$$

soit, en effectuant le changement de variable défini par $\Omega t = \theta$,

$$(20)\quad \begin{cases} x = \dfrac{E_0}{2B\Omega}[2(1-\cos\theta)\cos\varphi - \theta\sin(\theta+\varphi) + \sin\theta\sin\varphi], \\ y = \dfrac{E_0}{2B\Omega}[\sin\theta\cos\varphi - \theta\cos(\theta+\varphi)]. \end{cases}$$

On a

$$x'_\theta = \frac{E_0}{2B\Omega}[\sin\theta\cos\varphi - \theta\cos(\theta+\varphi)],$$

$$y'_\theta = \frac{E_0}{2B\Omega}[\sin\theta\sin\varphi + \theta\sin(\theta+\varphi)],$$

soit

$$(21)\qquad y'_x = \frac{\sin\theta\sin\varphi + \theta\sin(\theta+\varphi)}{\sin\theta\cos\varphi - \theta\cos(\theta+\varphi)}.$$

On a tracé sur la figure 3 les trajectoires relatives à $m = 100$ pour quatre valeurs de $\varphi$

$$\varphi = 0, \qquad \varphi = \frac{\pi}{2}, \qquad \varphi = \pi, \qquad \varphi = \frac{3\pi}{2},$$

ceci pour

$$B = 2\,500 \text{ gauss}, \qquad E_0 = 0{,}5 \text{ V/cm},$$

valeurs utilisées en pratique.

Ces valeurs correspondent à

$$\omega = \Omega = \frac{eB}{m} = 25.10^5,$$

soit

$$f = 40{,}7 \text{ kHz} \qquad \text{et} \qquad \frac{E_0}{2B\Omega} = 4.10^{-2} \text{ cm}.$$

$\varphi$ prenant en fait toutes les valeurs possibles comprises entre 0 et $2\pi$, on voit que les trajectoires des ions de masse $m$ forment une famille de courbes très voisines les unes des autres, dont les pentes à l'origine dépendent de $\varphi$ et qui atteignent le collecteur S en des points uniformément répartis dans une zone de hauteur $\delta h$ qui est approximativement égale dans le cas considéré à 0,2 cm.

*Remarque.* — Pour des valeurs suffisamment grandes de $\theta$, les expressions de $x$ et de $y$ peuvent être mises sous la forme

$$(22)\qquad x = -\frac{E_0}{2B\Omega}\theta\sin(\theta+\varphi),$$

$$(23)\qquad y = -\frac{E_0}{2B\Omega}\theta\cos(\theta+\varphi),$$

on voit donc que lorsqu'on néglige les fluctuations d'amplitude faible autour de la trajectoire moyenne, l'ion résonnant décrit une trajectoire *spirale* dont la pente à l'origine a pour valeur $\operatorname{cotg}\varphi$. Évidemment l'approximation qui consiste à confondre les trajectoires réelles avec cette spirale d'Archimède est d'autant meilleure que les trajectoires sont plus longues, c'est-à-dire que, toutes choses égales par ailleurs, les masses des ions considérés sont plus faibles.

Le rayon vecteur de la spirale a pour grandeur

$$(24)\qquad r = \sqrt{x^2+y^2} = \frac{E_0}{2B\Omega}\theta = \frac{E_0}{2B}t,$$

on en déduit le temps $t_0$ requis par les ions résonnants pour atteindre le collecteur: il suffit d'écrire qu'au temps $t_0$, $r = R_0$ distance du collecteur d'ions au centre de formation des ions, ce qui donne

$$(25)\qquad t_0 = \frac{2R_0B}{E_0},$$

expression qui montre que $t_0$ est indépendant de la masse de l'ion résonnant.

Dans le tableau ci-dessous sont données les valeurs de $t_0$ pour quelques valeurs usuelles de $E_0$ et $B$, dans le cas où $R_0 = 1$ cm.

| $E_0$..... | 1 V/cm. | | | 0,1 V/cm. | | | 0,03 V/cm. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B$ (gauss).... | 2 000. | 2 500. | 3 000. | 2 000. | 2 500. | 3 000. | 2 000. | 2 500. | 3 000. |
| $t_0$(s)..... | $4.10^{-5}$ | $5.10^{-5}$ | $6.10^{-5}$ | $4.10^{-4}$ | $5.10^{-4}$ | $6.10^{-4}$ | $1{,}3.10^{-3}$ | $1{,}6.10^{-3}$ | $3.10^{-3}$ |

1.2.3. Étude des trajectoires des ions non résonnants. — Deux cas sont à considérer selon qu'on est loin ou au voisinage de la résonance :

1.2.3.1. *Au voisinage de la résonance :* — Les équations (10) et (11) dans lesquelles on néglige $x_1$ et $y_1$ se réduisent à

$$(26)\quad x = \frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\left[\frac{\Omega^2-\omega^2}{\Omega\omega}\cos\varphi + \frac{\omega}{\Omega}\cos\varphi\cos\Omega t - \frac{\Omega}{\omega}\cos(\omega t+\varphi) - \sin\varphi\sin\Omega t\right],$$

$$(27)\quad y = \frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\left[\sin(\omega t+\varphi) - \sin\varphi\cos\Omega t - \frac{\omega}{\Omega}\sin\Omega t\cos\varphi\right],$$

on en déduit

$$\begin{aligned} r^2 = x^2+y^2 = \left[\frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\right]^2 \times\Bigg[&\left(\frac{\Omega^2}{\omega^2}+\frac{\omega^2}{\Omega^2}-1\right)\cos^2\varphi \\ &+\left(1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)\sin^2(\omega t+\varphi) \\ &+\cos^2\varphi\left(1-\frac{\omega^2}{\Omega^2}\right)(2\cos\Omega t-1) \\ &+\cos\varphi\left(1-\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)[2\cos(\omega t+\varphi)-1] \\ &-\cos\varphi\left\{\left(1-\frac{\omega}{\Omega}\right)\cos[(\omega+\Omega)t+\varphi]\right. \\ &\qquad\left.+\left(1+\frac{\omega}{\Omega}\right)\cos[(\omega-\Omega)t+\varphi]\right\} \\ &-\sin\varphi\left\{\left(1-\frac{\Omega}{\omega}\right)\sin[(\omega+\Omega)t+\varphi]\right. \\ &\qquad\left.+\left(1+\frac{\Omega}{\omega}\right)\sin[(\omega-\Omega)t+\varphi]\right\} \\ &+\frac{\Omega^2}{\omega^2}(1-\cos\varphi)+\cos\varphi\Bigg]. \end{aligned}$$

Au voisinage de la résonance on peut poser

$$\Delta\omega = |\omega-\Omega|$$

et écrire

$$\begin{aligned} r^2 = x^2+y^2 = \left[\frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\right]^2 \times\Bigg\{&2\frac{\Delta\omega}{\omega}\sin^2(\omega t+\varphi)+\frac{2\Delta\omega}{\Omega}\cos^2\varphi(2\cos\Omega t-1) \\ &+2\frac{\Delta\omega}{\omega}\cos\varphi[2\cos(\omega t+\varphi)-1] \\ &-2\cos\varphi\cos(\Delta\omega t+\varphi)-\cos\varphi\frac{\Delta\omega}{\Omega}\cos(\Delta\omega t+\varphi) \\ &+\frac{\Delta\omega}{\Omega}\cos\varphi\cos[(\omega+\Omega)t+\varphi] \\ &-\frac{\Delta\omega}{\Omega}\sin\varphi\sin(\Delta\omega t+\varphi)-2\sin\varphi\sin(\Delta\omega t+\varphi) \\ &+\frac{\Delta\omega}{\omega}\sin\varphi\sin(\Delta\omega t+\varphi)+2\frac{\Delta\omega}{\omega}\cos\varphi \\ &\qquad+2\left(1-\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)\Bigg\}. \end{aligned}$$

En négligeant les termes où entrent les facteurs $\frac{\Delta\omega}{\Omega}$ et $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ qui sont très petits, il vient

$$\begin{aligned} r^2 &\sim \left(\frac{E_0}{2B\Delta\omega}\right)^2\{2-2[\cos(\Delta\omega t+\varphi)\cos\varphi + \sin(\Delta\omega t+\varphi)\sin\varphi]\} \\ &= 2\left(\frac{E_0}{2B\Delta\omega}\right)^2[1-\cos\Delta\omega t] = 4\left(\frac{E_0}{2B\Delta\omega}\right)\sin^2\frac{\Delta\omega t}{2}. \end{aligned}$$

Ainsi, au deuxième ordre près,

$$(28)\qquad r = \frac{E_0}{B\Delta\omega}\sin\frac{\Delta\omega t}{2}.$$

Donc, lorsque $\Delta\omega = \omega-\Omega$ est différent de 0, mais tel que $\Delta\omega < \Omega$, le rayon $r$ « bat », c'est-à-dire qu'il passe par des maxima et des minima successifs égaux à $r_m = \frac{E_0}{B\Delta\omega}$ et ce, avec la pulsation

$$\frac{\Delta\omega}{2} = \frac{|\omega-\Omega|}{2},$$

Il est évident que $r$ tend vers $\frac{E_0 t}{2B}$ lorsque $\Delta\omega$ tend vers zéro; on retrouve la relation (28) relative au cas des ions résonnants.

Un calcul analogue donne pour $x$ et $y$ les relations suivantes :

$$x = -\frac{E_0}{2B\Delta\omega}\left[-2\frac{\Delta\omega}{\Omega}\cos\varphi+\left(1+\frac{\Delta\omega}{\Omega}\right)\cos\varphi\cos\Omega t - \left(1-\frac{\Delta\omega}{\Omega}\right)\cos(\omega t+\varphi)-\sin\varphi\sin\Omega t\right],$$

soit en négligeant les termes où entre le facteur $\frac{\Delta\omega}{\Omega}$,

$$x = -\frac{E_0}{2B\Delta\omega}[\cos\varphi\cos\Omega t-\cos(\omega t+\varphi)-\sin\varphi\sin\Omega t],$$

ce qui s'écrit plus simplement

$$x = -\frac{E_0}{B\Delta\omega}\sin\frac{\Delta\omega t}{2}\sin\left[\frac{(\Omega+\omega)t}{2}+\varphi\right].$$

De même,

$$y = -\frac{E_0}{2B\Delta\omega}\left[\sin(\omega t+\varphi)-\sin\varphi\cos\Omega t - \left(1+\frac{\Delta\omega}{2}\right)\sin\Omega t\cos\varphi\right],$$

soit

$$\begin{aligned} y &\sim -\frac{E_0}{2B\Delta\omega}[\sin(\omega t+\varphi)-\sin(\Omega t+\varphi)] \\ &= -\frac{E_0}{B\Delta\omega}\sin\frac{\Delta\omega t}{2}\cos\left(\frac{\Omega+\omega}{2}t+\varphi\right). \end{aligned}$$

Ainsi

$$(29)\qquad x = -r\sin\left(\frac{\Omega+\omega}{2}t+\varphi\right).$$

$$(30)\qquad y = -r\cos\left(\frac{\Omega+\omega}{2}t+\varphi\right).$$

Ceci montre qu'au voisinage de la résonance la vitesse angulaire du mouvement de l'ion de masse $m$ et de charge $e$ est $\frac{\Omega+\omega}{2}$.

On a tracé sur les figures 4 et 5 la trajectoire de l'ion de masse 92, la pulsation d'excitation $\omega$ étant égale à la pulsation propre de l'ion $m' = 100$, ceci dans le cas où $E_0 = 0{,}5$ V/cm, $B = 2\,500$ gauss et pour deux valeurs de $\varphi$, $\varphi = 0$ et $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

TRAJECTOIRE DE L'ION DE MASSE 92, ω CORRESPONDANT A LA FREQUENCE DE RESONANCE DE m = 100

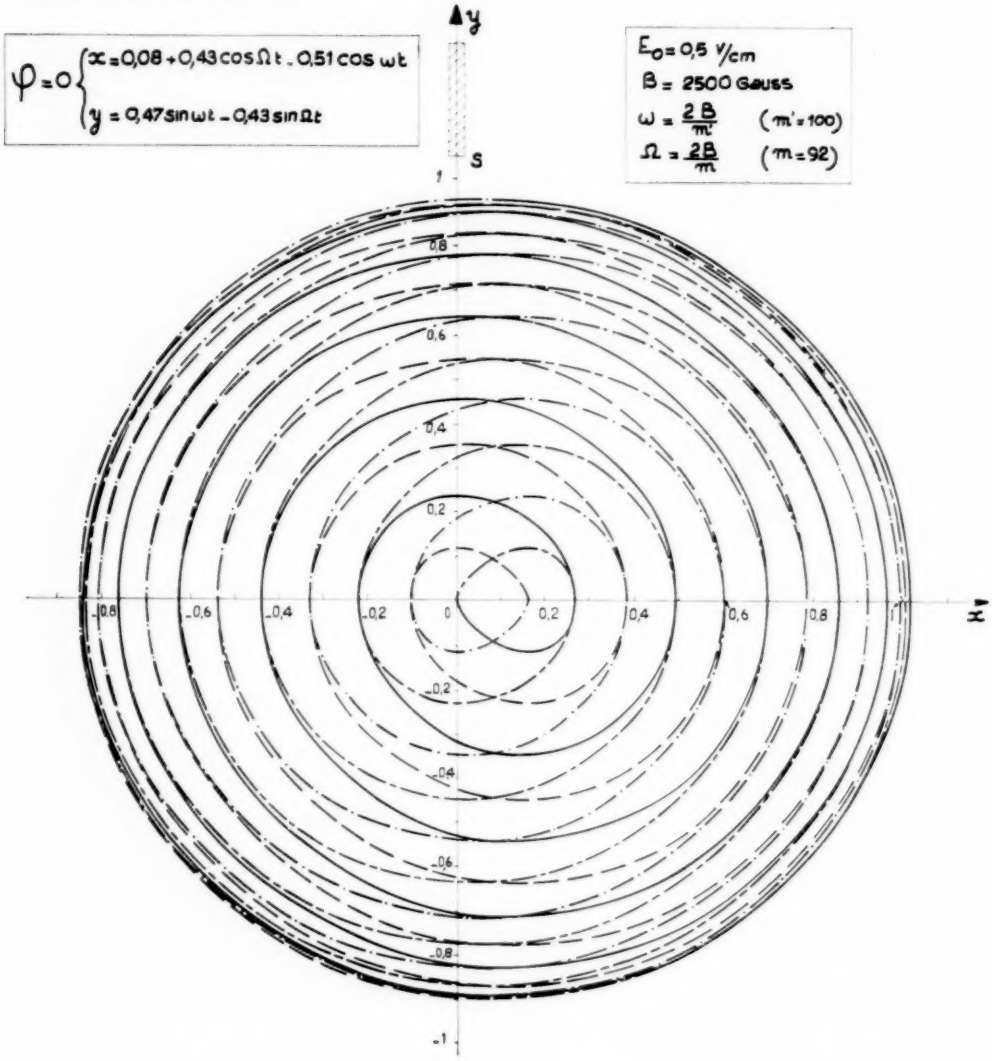


Fig. 4.

Dans ce cas particulier, on a

$$\Omega = \frac{eB}{m} = 27{,}1735 \cdot 10^3,$$

$$\omega = \frac{eB}{m'} = 25 \cdot 10^3,$$

c'est-à-dire

$$\Omega - \omega = 2{,}1735 \cdot 10^3,$$

$$\frac{\Omega - \omega}{\omega} = 0{,}08,$$

$$\frac{\Omega - \omega}{\Omega} = 0{,}086.$$

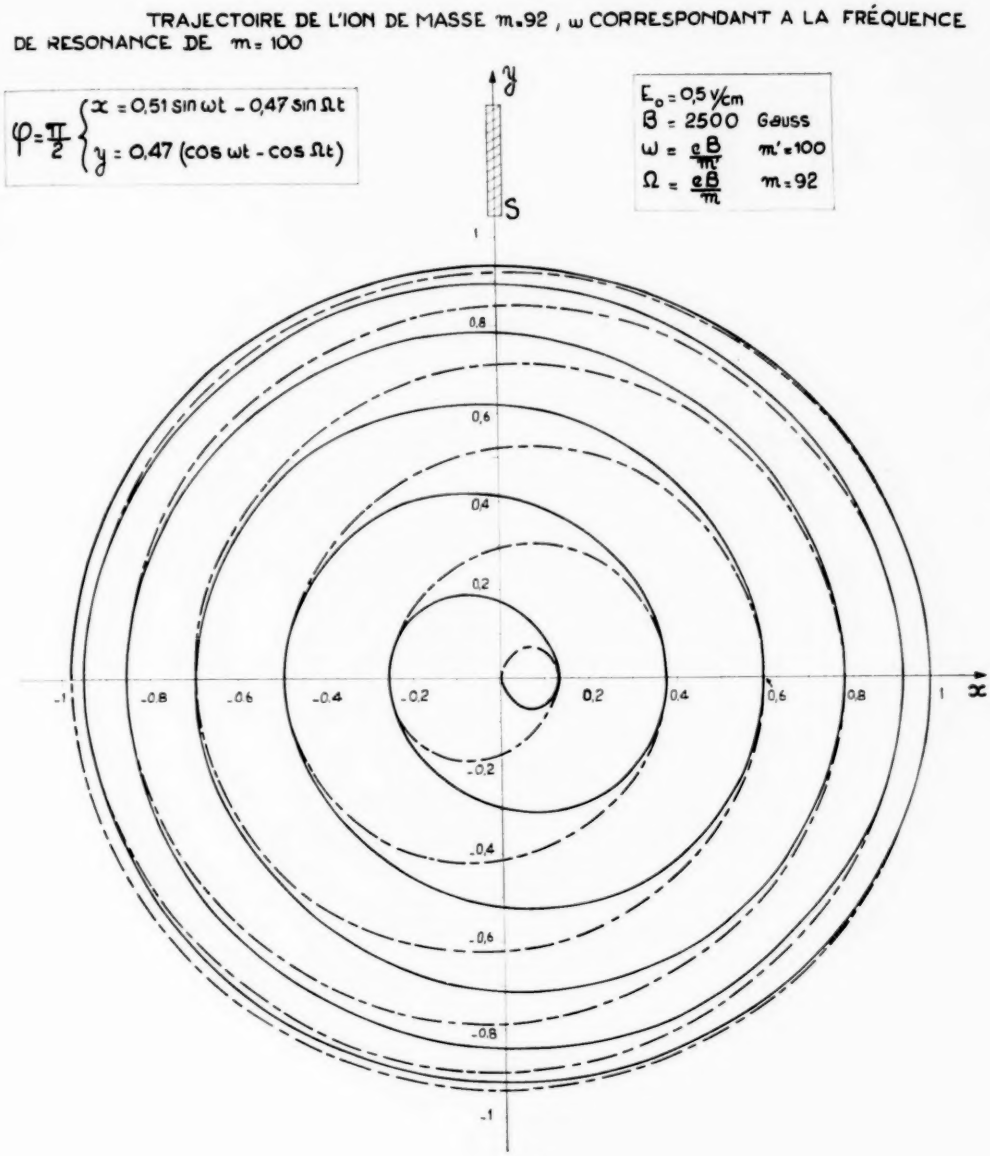


Fig. 5.

D'après les équations (26) et (27), on a :

*a*. Pour $\varphi = 0$,

$$x = \frac{E_0}{\omega B} + \frac{E_0 \Omega}{(\Omega^2 - \omega^2) B}\left(\frac{\omega}{\Omega}\cos\Omega t - \frac{\Omega}{\omega}\cos\omega t\right),$$

$$y = \frac{E_0 \Omega}{(\Omega^2 - \omega^2) B}\left(\sin\omega t - \frac{\omega}{\Omega}\sin\Omega t\right),$$

ce sont les équations paramétriques d'une courbe fermée passant par l'origine O lorsque $t$ satisfait simultanément les relations

$$\Omega t = 2k_1\pi,$$

$$\omega t = 2k_2\pi,$$

c'est-à-dire

$$t = \frac{2(k_1 - k_2)\pi}{\Omega - \omega},$$

$k_1$ et $k_2$ étant deux entiers liés par la relation

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\Omega}{\omega}.$$

Dans le cas présentement envisagé, on a

$$x = 0,08 + 0,43 \cos \Omega t - 0,51 \cos \omega t,$$
$$y = 0,47 \sin \omega t - 0,43 \sin \Omega t,$$

on vérifie aisément qu'entre deux passages à l'origine l'ion effectue 24 révolutions (*fig.* 4).

*b.* Pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$,

$$x = \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)} \left( \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t - \sin \Omega t \right),$$
$$y = \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)} (\cos \omega t - \cos \Omega t),$$

ce sont les équations paramétriques d'une courbe fermée qui passe par l'origine O lorsque $t$ satisfait simultanément les relations

$$\Omega t = k_1 \pi,$$
$$\omega t = k_2 \pi,$$
$$\Omega t = 2k\pi + \omega t,$$

$k$ étant un entier quelconque et $k_1$ et $k_2$ deux entiers liés par la relation

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\Omega}{\omega}.$$

Dans le cas particulier envisagé on a

$$x = 0,51 \sin \omega t - 0,47 \sin \Omega t,$$
$$y = 0,47 (\cos \omega t - \cos \Omega t),$$

on vérifie qu'entre deux passages au point O, l'ion effectue 12 révolutions (*fig.* 5).

On remarque que quel que soit $\varphi$, la valeur maximum de $y$ reste inférieure à 1 : l'ion de masse 92 n'atteint donc pas le collecteur S situé à 1 cm du point O lorsque la fréquence d'excitation est égale à la fréquence cyclotron de la particule de masse 100 : ceci signifie que le pouvoir séparateur de l'appareil correspond à une séparation effective des ions de masse 100 et de masse 92; nous verrons dans un prochain paragraphe que c'est bien le résultat qu'on obtient lorsque partant de la valeur théorique du rapport $\frac{\Delta m}{m}$ on détermine le $\Delta m$ correspondant à $m = 100$ dans le cas où $B = 2\,500$ gauss, $E_0 = 0,5$ V/cm et $R_0 = 1$ cm : on trouve $\Delta m = 8$, ce qui veut dire qu'on peut tout au plus séparer les unes des autres les masses $m = 92$, $m = 100$ et $m = 108$.

1.2.3.2. *Loin de la résonance.* — Deux cas sont à considérer :

*a.* $\omega < \Omega$, c'est-à-dire $\frac{\omega}{\Omega} < 1$ : On peut alors écrire, d'après (26) et (27),

$$(31) \quad x = \frac{E_0}{\omega B} \cos \varphi - \frac{E_0}{(\Omega^2 - \omega^2) B} \left[ \frac{\Omega}{\omega} \cos(\omega t + \varphi) - \sin \varphi \sin \Omega t \right],$$

$$(32) \quad y = \frac{E_0}{(\Omega^2 - \omega^2) B} [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \varphi \cos \Omega t].$$

Examinons d'abord le cas $\varphi = 0$, on a

$$x \sim \frac{E_0}{B\omega} (1 - \cos \omega t),$$
$$y \sim \frac{E_0}{B\Omega} \sin \omega t.$$

En effectuant le changement d'origine défini par

$$X = x - \frac{E_0}{B\omega} = -\frac{E_0}{B\omega} \cos \omega t,$$
$$Y = y = \frac{E_0}{B\Omega} \sin \omega t.$$

on voit que la trajectoire de l'ion $(e, m)$ est une ellipse de centre O′, rapportée aux axes O′X, O′Y et dont le grand axe est porté par O′X; elle est inscrite dans un rectangle de côtés $\frac{2E_0}{\omega B}$ et $\frac{2E_0}{\Omega B}$; la vitesse angulaire du mouvement est $\omega$.

Par rapport au point O, le déplacement maximum de la particule suivant O$x$ a pour valeur maximum

$$x_m = \frac{2E_0}{B\omega};$$

suivant O$y$ il est

$$y_m = \frac{E_0}{B\Omega}.$$

A titre d'exemple on a tracé sur la figure 6 la trajectoire de l'ion de masse 100 lorsque la pulsation d'excitation $\omega = \frac{\Omega}{10}$; ceci pour $B = 2\,500$ gauss et $E_0 = 0,5$ V/cm. On a

$$\Omega = 27,17.10^5 \quad \text{et} \quad \omega = \frac{\Omega}{10} = 27,17.10^5,$$

la trajectoire est alors définie par les équations

$$x = 0,74(1 - \cos \omega t),$$
$$y = 0,074 \sin \omega t,$$

et l'on a

$$y_m = 0{,}074 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad x_m = 1{,}4 \text{ cm}.$$

L'ion de masse $m = 100$ n'a donc aucune chance d'atteindre le collecteur S situé à la distance $R_0 = 1$ cm du point O. Si $\omega$ est assez petit, c'est-à-dire $x_m$ assez grand, l'ion ira perdre sa charge sur les électrodes délimitant la zone d'interaction.

On vérifie immédiatement que la trajectoire correspondant à $\varphi = \pi$ se déduit de la précédente en changeant $x$ en $-x$ et $y$ en $-y$ (*fig.* 6).

Pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on a

$$x = \frac{E_0}{B\omega}\sin\omega t + \frac{E_0}{\Omega B}\sin\Omega t,$$

$$y = \frac{E_0}{\Omega B}(\cos\omega t - \cos\Omega t).$$

En effectuant le changement d'origine O′ défini par

$$X = x - \frac{E_0}{\Omega B}\sin\Omega t = \frac{E_0}{B\omega}\sin\omega t,$$

$$Y = y + \frac{E_0}{\Omega B}\cos\Omega t = \frac{E_0}{B\Omega}\cos\omega t,$$

on voit que la trajectoire de l'ion est une ellipse de demi-axes $\frac{E_0}{B\omega}$ et $\frac{E_0}{B\Omega}$ décrite à la vitesse angulaire $\omega$ et dont le centre O′ décrit une circonférence de centre O de rayon $r = \frac{E_0}{B\Omega}$, à la vitesse angulaire $\Omega$.

Dans le cas particulier envisagé ($m = 100$, $\omega = \frac{\Omega}{10}$) on a :

$$x = 0{,}74\sin\omega t + 0{,}074\sin\Omega t,$$

$$y = 0{,}074(\cos\omega t - \cos\Omega t),$$

on a

$$x_m = 0{,}81 \text{ cm} \qquad \text{et} \qquad y_m = 0{,}14 \text{ cm} \quad (\textit{fig. } 6).$$

Ici encore, l'ion ne peut atteindre le collecteur S.

La trajectoire correspondant à $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ se déduit de la précédente en changeant $x$ en $-x$ et $y$ en $-y$.

*b.* $\omega \gg \Omega$, soit $\frac{\omega}{\Omega} \gg 1$ : On peut alors écrire, d'après (26) et (27),

$$x = \frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi(1 - \cos\Omega t),$$

$$y = \frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi\sin\Omega t.$$

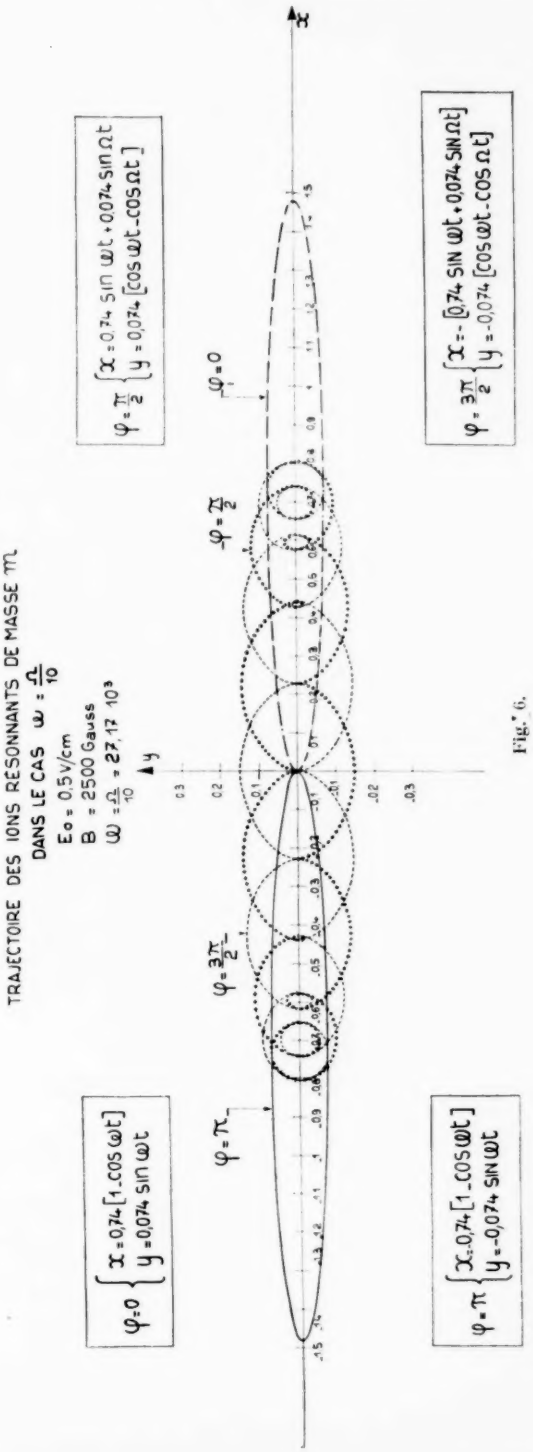


Fig. 6.

En effectuant le changement d'origine défini par

$$X = x - \frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi = -\frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi\cos\Omega t,$$

$$Y = y = \frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi\sin\Omega t,$$

on voit que, quel que soit $\varphi$, les trajectoires sont des cercles de rayon $\frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi$, centrés sur $Ox$, passant par le point O et parcourus avec la vitesse angulaire $\Omega$.

La valeur optimum de $y$, $y_m = \frac{E_0}{B\omega}\cos\varphi$ est égale à $\frac{E_0}{B\omega}$ lorsque $\varphi = 0$ (*fig.* 7).

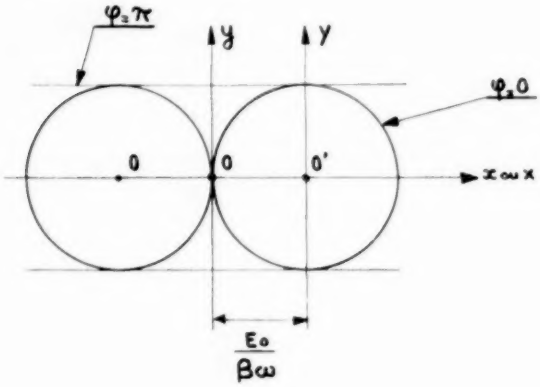


Fig. 7.

Dans le cas particulier de l'ion de masse $m = 100$, lorsque $\omega = 10\,\Omega$ avec $B = 2\,500$ gauss et $E_0 = 0{,}5$ V/cm, on a

$$\Omega = 27{,}17.10^3, \qquad \omega = 27{,}17.10^4$$

et

$$\frac{E_0}{B\omega} = 0{,}0071 \text{ cm}.$$

Ici encore l'ion de masse $m = 100$ ne peut atteindre le collecteur situé à 1 cm du point O.

*Remarque.* — On a vu que lorsque $\omega \gg \Omega$ la valeur maximum de $y$ est

$$y_m = \frac{2E_0}{B\Omega} \qquad \left(\text{pour } \varphi = \frac{3\pi}{2}\right).$$

Si $\Omega$ est tel que

$$\frac{2E_0}{B\Omega} > R_0, \qquad \text{c'est-à-dire} \quad \Omega < \frac{2E_0}{BR_0}$$

ou encore

$$m \geq \frac{eB^2R_0}{2E_0},$$

l'ion non résonnant atteint le collecteur S, de sorte que l'égalité

$$(33) \qquad \Omega = \frac{2E_0}{BR_0}, \qquad \text{soit} \quad m = \frac{eB^2R_0}{2E_0}$$

définit la limite théorique du pouvoir séparateur de l'appareil. Elle correspond, en effet, à une résolution $\frac{m}{\Delta m}$ égale à 1 (c'est-à-dire $\Delta m = 1$ pour $m = 1$) qui permet tout au plus la séparation des masses 1 et 2, ce qui est sans intérêt du point de vue pratique.

Avec les données numériques ci-dessous ($B = 2\,500$ gauss, $E_0 = 0{,}5$ V/cm), l'égalité (37) correspond à $m = 625$ u. m. a., valeur très en dehors du domaine de masse exploitable qui est, comme nous le verrons, limité à environ $m = 100$.

Résumons ce qui précède :

Supposons pour simplifier que le gaz à analyser soit composé de molécules de même masse $m$, ayant par conséquent la pulsation de résonance

$$\Omega = \frac{eB}{m}.$$

Supposons également que le balayage en fréquence soit effectué à fréquence décroissante.

Lorsque $\omega \gg \Omega$, les ions $(m, e)$ demeurent à proximité de l'endroit où ils ont été formés et décrivent des trajectoires circulaires de faible rayon

$$r = \frac{E_0}{B\omega}.$$

Au fur et à mesure que $\omega$ tend vers $\Omega$, le rayon vecteur des trajectoires ioniques prend des valeurs maxima de plus en plus grandes et finit par atteindre la valeur $R_0$ lorsque $\Delta\omega = \omega - \Omega$ devient égal à $\Delta\omega_0 = \frac{BR_0}{E_0}$ : des ions $(m, e)$ atteignent alors le collecteur S; il y a apparition d'un « pic » de masse $m$ dont l'amplitude maximum correspond à la condition de résonance $\omega = \Omega$; ce pic a pour largeur $2\,\Delta\omega_0$; $\omega$ devenant beaucoup plus petit que $\Omega$ le rayon vecteur des trajectoires diminue et lorsque $\omega \ll \Omega$, ces trajectoires deviennent des ellipses très aplaties dont le demi-axe suivant $Oy$ est égal à $\frac{E_0}{B\Omega}$, valeur très inférieure à $R_0$ dans le domaine de masse d'intérêt pratique.

1.2.4. Examen de l'influence d'un champ électrique $\mathbf{E}_0$ de même direction que le champ alternatif $\mathbf{E}$ sur le mouvement des ions non résonnants. — On vient de voir que les ions non résonnants demeurent dans la région où ils ont été

formés en décrivant autour du faisceau d'électrons des trajectoires fermées dont le rayon vecteur a une amplitude maximum d'autant plus faible qu'on est plus loin des conditions de résonance. Il y a donc dans la région critique d'accélération des ions, formation d'une charge d'espace positive dont les effets sur les performances du tube sont d'autant plus importants que, toutes choses égales d'ailleurs, le courant ionisant et la pression sont eux-mêmes plus élevés.

G. Jernakoff a suggéré un moyen d'éliminer au moins partiellement cette charge d'espace parasite [2]; cela consiste à superposer au champ alternatif **E** un champ continu $\mathbf{E}_p$.

Nous nous proposons d'examiner par le calcul l'effet de cette polarisation.

Compte tenu de l'existence du champ $\mathbf{E}_p$, la force électromagnétique qui agit sur les ions formés est

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{E} + \mathbf{E}_p + \mathbf{v} \wedge B],$$

d'où il résulte que le mouvement des particules $(e, m)$ dans le plan $xOy$ est donné par l'équation différentielle

$$(35) \qquad \frac{d^2 y}{dt^2} + \Omega^2 y = \frac{eE_0}{m}\sin(\Omega t + \varphi) + \frac{eE_p}{m};$$

quant au mouvement dans la direction $Oz$, il reste défini par la relation

$$z = v_{0z} t.$$

Dans le cas des ions non résonnants ($\omega \neq \Omega$), la résolution de l'équation (35) donne

$$(36) \qquad x = \frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\left[\frac{\Omega^2-\omega^2}{\Omega\omega}\cos\varphi + \frac{\omega}{\Omega}\cos\varphi\cos\Omega t - \frac{\Omega}{\omega}\cos(\omega t+\varphi) - \sin\varphi\sin\Omega t\right] + \frac{E_p}{B\Omega}[\Omega t - \sin\Omega t].$$

$$(37) \qquad y = \frac{E_0\Omega}{B(\Omega^2-\omega^2)}\left[\sin(\omega t+\varphi) - \sin\varphi\cos\Omega t - \frac{\omega}{\Omega}\sin\Omega t\cos\varphi\right] + \frac{E_p}{B\Omega}[1-\cos\Omega t].$$

on voit ainsi qu'au mouvement précédemment étudié se superpose un mouvement d'entraînement défini par

$$(38) \qquad x_2 = \frac{E_p}{B\Omega}(\Omega t - \sin\Omega t),$$

$$(39) \qquad y_2 = \frac{E_p}{B\Omega}(1-\cos\Omega t).$$

Lorsque $t$ croît, $y_2$ reste borné tandis que $x_2$ croît linéairement avec $t$, de sorte que lorsque $t$ devient assez grand l'effet de $\mathbf{E}_p$ se réduit à un mouvement d'entraînement des ions suivant $Ox$.

Ainsi, sous l'influence du champ continu $\mathbf{E}_p$ les ions non résonnants sont entraînés dans une direction perpendiculaire à la fois au champ magnétique **B** et au champ alternatif **E** et vont perdre leurs charges sur les parois de la chambre d'ionisation qui sont au potentiel du sol : il y a donc bien élimination de la charge d'espace de la région centrale de la zone d'interaction.

Il faut toutefois remarquer que, dans ces conditions, l'influence du champ $\mathbf{E}_p$ s'exerce de la même façon sur les ions résonnants, ce qui constitue un inconvénient majeur, car ces ions étant entraînés rapidement dans la direction $Ox$ rencontrent les parois délimitant la zone d'interaction avant d'atteindre le collecteur d'ions : il en résulte une diminution notable du courant d'ions collectés, c'est-à-dire une perte de sensibilité qui peut atteindre 100 % si l'amplitude de $\mathbf{E}_p$ est assez grande.

C'est pourquoi il est indispensable de limiter la zone d'influence de $\mathbf{E}_p$ : en pratique, ce champ est appliqué entre deux anneaux de garde placés de part et d'autre du faisceau d'électrons, parallèlement à celui-ci et séparés par une distance faible devant $R_0$; l'action de $\mathbf{E}_p$ s'exerce alors uniquement dans la région centrale du tube et comme les ions résonnants en sortent rapidement, leurs mouvements sont beaucoup moins affectés par l'existence de $\mathbf{E}_p$ que ceux des ions non résonnants qui ont tendance à demeurer au voisinage du faisceau d'électrons. C'est ce que nous vérifierons dans la deuxième partie de cet exposé en examinant du point de vue expérimental l'influence des divers paramètres qui agissent sur les performances de l'Omégatron.

1.2.5. Pouvoir de résolution. — D'une manière générale, le pouvoir séparateur d'un spectromètre de masse est défini par le rapport

$$(40) \qquad S = \frac{m}{\Delta m}$$

de la masse $m$ de l'ion étudié au plus petit écart de masse décelable. De la valeur de cette expression dépend la possibilité de séparer les ions d'une masse donnée des particules de masses voisines.

La formule

$$r_m = \frac{E_0}{B\Delta\omega}$$

donnant la valeur maximum du rayon vecteur de la trajectoire de l'ion de masse $m$, au voisinage de la résonance va nous permettre de calculer la valeur du pouvoir séparateur de l'Omégatron en fonction des paramètres $E_0$, $B$ et $R_0$. Cette formule montre, en effet, que les ions de masse $m$, n'atteignent le collecteur d'ions que lorsque

$$\frac{E_0}{B\,\Delta\omega} \geq R_0, \qquad \text{soit} \quad \Delta\omega \leq \frac{E_0}{BR_0}.$$

Ceci revient à dire que le « pic » de masse $m$ a pour largeur

$$2\,\Delta\omega_0 = \frac{2E_0}{BR_0},$$

valeur indépendante de $m$.

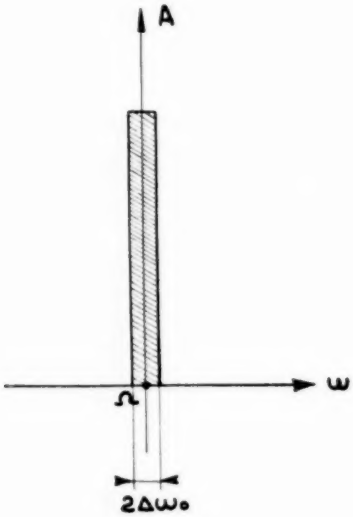


Fig. 8.

Ainsi, la largeur des pics ne dépend, pour une valeur donnée de $R_0$, que des valeurs des champs électrique et magnétique. Un pic correspondant au cas idéal envisagé devrait donc avoir l'allure indiquée sur la figure 8; il sera d'autant plus étroit que le champ magnétique sera plus élevé et le champ électrique plus faible.

Considérons alors deux pics de masses voisines $m$ et $m'$ dont les pulsations propres sont respectivement $\Omega$ et $\Omega'$ (*fig.* 9).

Pour que les pics de masse $m$ et $m'$ soient effectivement séparés, il faut que

$$\Omega - \Omega' > 2\,\Delta\omega.$$

L'égalité

$$\Omega' - \Omega = 2\,\Delta\omega$$

définit alors le plus petit écart de masse décelable

$$\Delta m = m - m';$$

on a, en effet,

$$eB\left(\frac{1}{m'} - \frac{1}{m}\right) = 2\,\Delta\omega = \frac{2E_0}{BR_0},$$

soit

$$(11) \qquad \Delta m = \frac{2E_0\,mm'}{eB^2R_0} \sim \frac{2E_0\,m^2}{eB^2R_0};$$

on en déduit

$$(12) \qquad S = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\omega}{2\,\Delta\omega} = \frac{eB^2R_0}{2E_0\,m}.$$

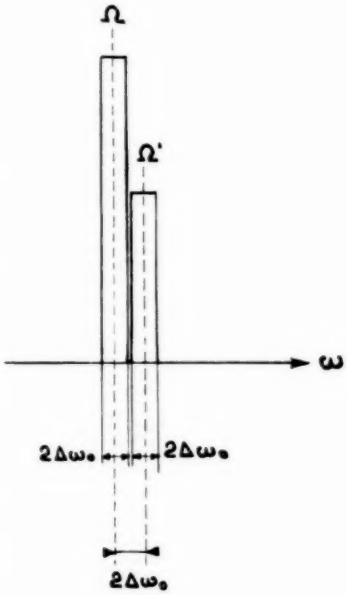


Fig. 9.

Dans le système C. G. S., on a

$$e = 1{,}6.10^{-20}\ \text{u. e. m.},$$
$$1\ \text{u. m. a.} = 1{,}6.10^{-24}\ \text{g},$$
$$1\ \text{V/cm} = 10^{8}\ \text{u. e. m.};$$

on peut donc écrire

$$(13) \qquad S = \frac{m}{\Delta m} = 5.10^{-4}\,\frac{R_{0\,(\text{m})}\,B^2_{(\text{gauss})}}{m_{(\text{u. m. a.})}\,E_{0\,(\text{V/cm})}}.$$

Remarquons que cette expression peut encore être obtenue de la manière suivante :

Reprenons les équations paramétriques définissant la trajectoire de l'ion de masse $m$ lorsqu'on est dans les conditions de non résonance; dans le

cas $\varphi = 0$, par exemple, on a

$$y = \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)}\left(\sin \omega t - \frac{\omega}{\Omega}\sin \Omega t\right),$$

$$x = \frac{E_0}{\omega B} + \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)}\left(\frac{\omega}{\Omega}\cos \Omega t - \frac{\Omega}{\omega}\cos \omega t\right).$$

Ces équations sont relatives à l'ion de masse $m$, de pulsation propre $\Omega = \frac{eB}{m}$ lorsque la fréquence de pulsation est $\omega$. En supposant que cette valeur de $\omega$ soit égale à la pulsation de résonance de l'ion de masse $m'$, $\omega = \frac{eB}{m'}$, cherchons à quelle condition l'ion de masse $m$ est séparé de l'ion de masse $m'$.

La valeur maximum de $y$ est

$$y_m = \frac{E_0 \Omega}{B(\Omega^2 - \omega^2)}\left(1 + \frac{\omega}{\Omega}\right) = \frac{E_0}{B\Delta\omega}$$

qui est obtenu lorsqu'on a simultanément

$$\sin \omega t_1 = 1, \qquad \sin \Omega t_1 = +1,$$

soit

$$\omega t_1 = \frac{\pi}{2}, \qquad \Omega t_1 = \frac{3\pi}{2},$$

c'est-à-dire à l'instant

$$t_1 = \frac{\pi}{\Omega - \omega}.$$

Conjointement, on a pour $x$ la valeur

$$x = \frac{E_0}{\omega B}$$

dont les applications numériques montrent qu'elle est voisine de 0. Par suite, pour que les ions de masse $m$ n'atteignent pas la sonde S ($x = 0$, $y = R_0$), c'est-à-dire pour que les masses $m$ et $m'$ soient séparées, il faut que la valeur de $y_m$ soit telle que

$$y_m = R_0.$$

L'égalité $y_m = R_0$ conduit à la relation

$$\Delta m = \frac{E_0}{BR_0},$$

d'où l'on déduit la valeur du pouvoir de résolution

$$S = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\omega}{2\Delta\omega} = \frac{eB^2 R_0}{2E_0 m},$$

c'est bien le résultat précédemment trouvé.

On constate que pour une valeur donnée de $R_0$, distance du collecteur d'ions à l'axe du faisceau d'électrons, le pouvoir séparateur est proportionnel au carré du champ magnétique et inversement proportionnel à l'amplitude du champ électrique appliqué.

Les courbes de la figure 10 donnent en fonction de $B$, pour quatre valeurs de $E_0$ et lorsque $R_0 = 1$ cm, les valeurs de $m$ pour lesquelles $\Delta m = 1$; autrement dit, chaque point d'une courbe correspond à une valeur de $m$ telle que les masses $m - 1$, $m$ et $m + 1$ sont séparées.

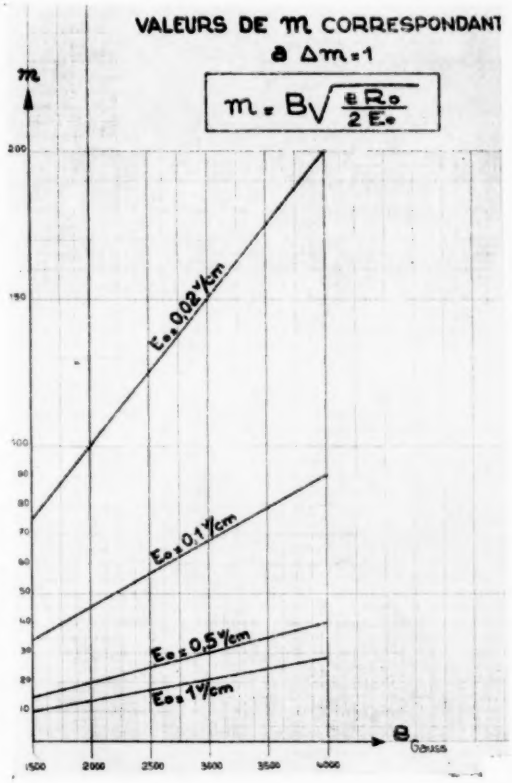


Fig. 10.

On vérifie, d'après la relation (15), que $m$ est donné par la formule

$$(16) \qquad m_{(\text{u. m. a.})} = \frac{100\, B_{(\text{gauss})}}{\sqrt{2E_{0\,(\text{u. e. m. C. G. S.})}}}.$$

Pour des valeurs données des champs magnétique et électrique, le pouvoir séparateur varie comme $\frac{1}{m}$, ce qui signifie qu'on ne peut pas espérer obtenir une résolution élevée pour les masses lourdes, à moins d'utiliser des champs magnétiques très intenses.

Il semble donc, d'après ces résultats, qu'on puisse obtenir un pouvoir de résolution aussi élevé qu'on veut à condition d'utiliser un champ magnétique suffisamment grand et un champ électrique suffisamment faible. En fait, les choses ne sont pas si simples.

Les calculs précédents ont été établis en supposant, outre l'uniformité des champs **E** et **B** et l'absence de charge d'espace, que le libre parcours moyen des particules neutres était suffisamment grand devant la longueur des trajectoires ioniques pour que celles-ci ne soient pas perturbées par des chocs trop nombreux d'ions avec des molécules de gaz dans la zone d'interaction; or nous verrons au prochain paragraphe que la longueur de la trajectoire d'un ion résonnant est directement proportionnelle à la valeur du pouvoir de résolution, autrement dit que les trajectoires sont d'autant plus longues, donc les chances de collision avec des particules neutres d'autant plus grandes que la résolution est meilleure. Comme généralement on opère à pression constante, d'ailleurs aussi faible que possible ($P < 10^{-5}$ torr) on conçoit que la valeur du pouvoir de résolution, compatible avec un fonctionnement correct du tube soit limitée.

Ceci est encore vrai, mais pour d'autres raisons, dans le cas où la pression de fonctionnement est assez basse pour que les probabilités de collision ions-molécules soient faibles; nous verrons, en effet, que l'augmentation du pouvoir séparateur entraîne une diminution de l'incrément radial des trajectoires spirales des ions résonnants : ceux-ci décrivent donc des trajectoires plus longues dans la région où ils ont été formés, région dans laquelle évoluent un grand nombre d'électrons et d'ions non résonnants. L'influence des charges spatiales sur les trajectoires ioniques se trouve donc accrue ainsi que la probabilité de recombinaison ions-électrons, phénomènes qui ont tous les deux pour effet de diminuer le courant d'ions collecté, c'est-à-dire en définitif la sensibilité du tube.

Dès lors on comprend qu'il soit nécessaire d'accepter un compromis pour obtenir à la fois une résolution acceptable et une sensibilité suffisante.

L'expérience montre qu'avec le tube utilisé et pour une pression de fonctionnement de l'ordre de $10^{-6}$ torr, la valeur maximum du pouvoir séparateur permet tout au plus de séparer la masse 60 des masses voisines; ceci n'empêche pas l'exploration du spectre dans un domaine de masse plus étendu, mais au-delà de $m = 60$, les pics correspondants à des masses dont la différence n'excède pas une ou plusieurs unités ne sont pas parfaitement séparés.

*Remarque.* — On a montré que les ions au voisinage de la résonance atteignent le collecteur S lorsque la différence entre la pulsation d'excitation et la pulsation propre de ces ions atteint la valeur

$$\Delta\omega_0 = \frac{E_0}{BR_0}.$$

On en déduit la forme idéale des pics (*fig.* 11) :

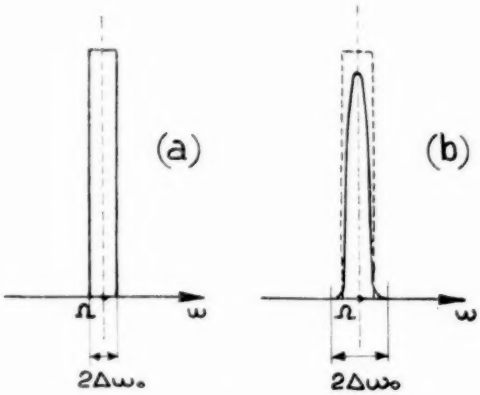


Fig. 11.

montée et descente verticales et sommet plat de largeur $2\Delta\omega_0$. Or, lorsqu'on enregistre un spectre de masse, la vitesse de balayage en fréquence et la vitesse d'enregistrement étant des fonctions linéaires du temps, on constate que les pics de résonance ont la forme indiquée sur la figure 12 : montée et descente obliques, sommet arrondi, base de largeur supérieure à $2\Delta\omega_0$ et dépendant de la masse.

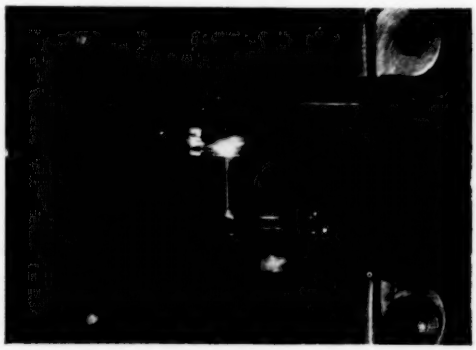

Fig. 12.

Cette différence provient de ce que dans le calcul qui a conduit à l'expression du pouvoir de résolution on a fait un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

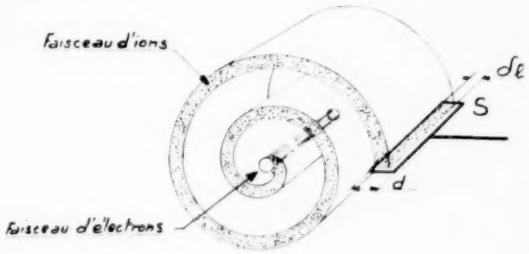


Fig. 13.

Tout d'abord on a considéré comme nulle l'épaisseur du faisceau d'électrons. En réalité, celui-ci a une section droite qui est géométriquement définie par les diamètres des orifices O et O' (*fig.* 12) à travers lesquels le faisceau entre et sort de la zone d'ionisation, de sorte que le lieu de formation des ions n'est pas une ligne sans dimension comme le suppose la théorie, mais en première approximation un cylindre dont le diamètre est de l'ordre du millimètre.

homogènes ni parfaitement orthogonaux ; il faudrait tenir compte aussi de l'influence de la pression et de la charge d'espace (d'ailleurs essentiellement fonction de la composition du gaz au sein de l'Omégatron), de l'action des polarisations continues et enfin du déphasage $\varphi$. Ce dernier point a d'ailleurs été examiné précédemment.

Tous ces effets combinés font que le faisceau d'ions résonnants de masse $m$ a une certaine épaisseur de sorte que son intersection avec le collecteur S n'est pas une droite comme le prévoit la théorie, mais un rectangle dont la largeur $\delta h$ est d'autant plus grande que le pouvoir de résolution est plus faible; ceci est schématisé sur la figure 13.

Si tous les ions de masse $m$ formant le faisceau et eux seuls rencontrent la sonde, c'est-à-dire si la largeur $\delta h$ est inférieure à la largeur $d$ du collecteur d'ions, on obtient un pic de masse $m$ qui s'approche beaucoup de la forme théorique (*fig.* 14 *a*).

Si la résolution est telle que l'épaisseur du faisceau d'ions est supérieure à la largeur du collecteur, un certain nombre d'ions résonnants n'atteint pas le collecteur et le pic de résonance aura une amplitude réduite et sera plus étalé (*fig.* 14 *b*).

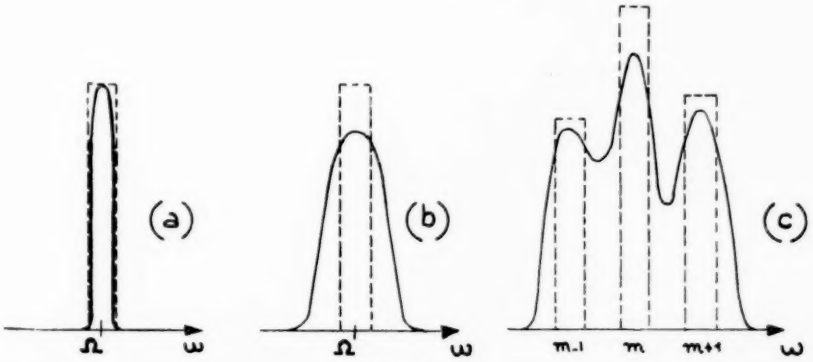


Fig. 14.

D'autre part, lorsqu'on a étudié l'influence des vitesses initiales sur les trajectoires ioniques, on a introduit dans les calculs la vitesse la plus probable; cela est légitime du point de vue statistique, mais en fait les vitesses initiales des ions peuvent avoir toutes les valeurs possibles et l'on comprend qu'il soit nécessaire de tenir compte de la loi de distribution de Maxwell-Boltzmann pour pouvoir expliquer la forme réelle des pics de résonance.

En toute rigueur il faudrait considérer également le fait que les champs **E** et **B** ne sont ni parfaitement

Enfin si la composition du gaz analysé est telle que les masses voisines de la masse $m$ existent et si, d'autre part, le pouvoir de résolution ne permet pas la séparation complète des masses $m = 1$, $m$ et $m + 1$, on aura pour ces trois masses un spectre ayant l'allure indiquée sur la figure 14 *c*.

1.2.6. Vitesse et énergie cinétique d'un ion résonnant au moment ou il atteint le collecteur. Longueur de la trajectoire parcourue. — *a. Vitesse.* — On a vu que les coordonnées de l'ion

résonnant de masse $m$ sont données par

$$x = \frac{E_0}{2B}\left[\frac{2(1-\cos\Omega t)}{\Omega}\cos\varphi - t\sin(\Omega t+\varphi) + \frac{\sin\Omega t}{\Omega}\sin\varphi\right],$$

$$y = \frac{E_0}{2B}\left[\frac{\sin\Omega t}{\Omega}\cos\varphi - t\cos(\Omega t+\varphi)\right].$$

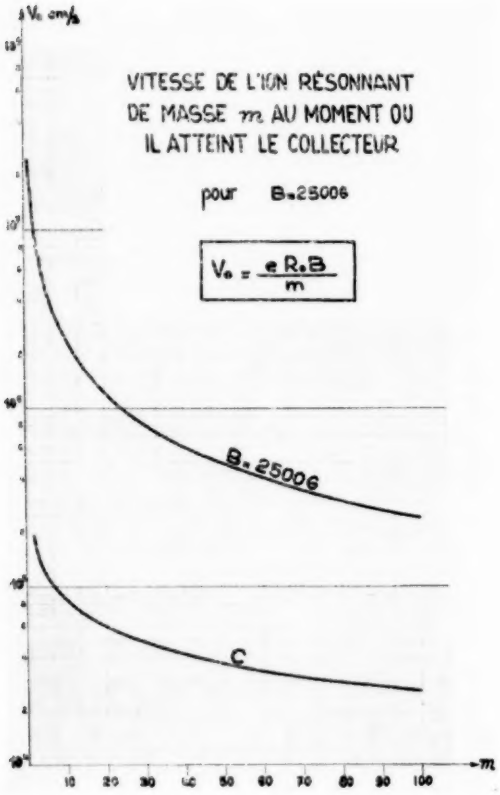


Fig. 15.

En dérivant ces expressions par rapport au temps, on obtient

$$\frac{dx}{dt} = \frac{E_0}{2B}[\sin\Omega t\cos\varphi - t\Omega\cos(\Omega t+\varphi)],$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{E_0}{2B}[\sin\Omega t\sin\varphi + t\Omega\sin(\Omega t+\varphi)],$$

on a donc, en désignant par $v$ la vitesse de l'ion à l'instant $t$,

$$(15)\quad v^2 = x_t'^2 + y_t'^2 = \left(\frac{E_0}{2B}\right)^2[t^2\Omega^2 - 2t\Omega\sin\Omega t\cos(2\varphi+\Omega t) + \sin^2\Omega t],$$

expression qui se réduit à

$$(16)\qquad v = \frac{E_0\Omega}{2B}t = \frac{2E_0}{2m}t$$

lorsque $t\Omega$ est grand devant l'unité.

Ainsi, à $E_0 = c'$, $v$ est d'autant plus petit que les masses des particules sont plus grandes.

L'ion résonnant atteignant le collecteur à l'instant $t_0 = \frac{2R_0B}{E_0}$ (29), on voit qu'à ce moment sa vitesse est

$$(17)\qquad v_0 = \frac{E_0\Omega}{2B}t_0 = \frac{eBR_0}{m}.$$

On a calculé $v_0$ en fonction de $m$, pour $B = 2\,500$ gauss (*fig.* 15); on constate que $v_0$ varie entre $2.10^5$ cm/s ($m = 100$) et $2.10^7$ cm/s ($m = 1$).

Il est intéressant de comparer ces vitesses aux vitesses initiales des ions, dues à l'agitation thermique; c'est pourquoi on a tracé sur la figure 15 la courbe $C = f(m)$ donnant la vitesse quadratique moyenne, à la température ambiante en fonction de la masse des particules : on constate que le rapport $\frac{v_0}{C}$ qui est de l'ordre de 10 pour $m = 100$ atteint approximativement 100 pour la masse 1.

*b. Energie cinétique.* — De la relation (17) on déduit l'énergie cinétique de l'ion de masse $m$ au moment où il atteint le collecteur

$$(18)\qquad w_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\frac{e^2R_0^2B^2}{m}.$$

On a calculé $w_0$, exprimé en électron-volts, en fonction de $m$, pour différentes valeurs de $B$ (*fig.* 16).

Pour $B = 2\,500$ gauss on voit que $w_0$ varie entre 625 eV pour $m = 1$ et 6,25 eV pour $m = 100$.

Si l'on compare $w_0$ à l'énergie cinétique $w'_0$ des particules due à l'agitation thermique, énergie qui est indépendante de la masse et égale à $3{,}8.10^{-2}$ eV à 25° C, on vérifie que le rapport $\frac{w}{w'_0}$ varie entre $1{,}8.10^4$ pour $m = 1$ et $1{,}8.10^2$ pour $m = 100$.

*c. Longueur de la trajectoire parcourue.* — A partir de l'expression de la vitesse de l'ion résonnant, on peut calculer la distance $l_0$ qu'il a parcouru à l'instant

$$t_0 = \frac{2R_0B}{E_0}$$

où il atteint le collecteur; on a, en effet,

$$l_0 = \int_0^{t_0} v\,dt = \int_0^{t_0}\frac{E_0\Omega}{2B}t = \frac{e}{m}\frac{R_0^2B^2}{E_0}.$$

Si l'on introduit dans cette relation le rapport

$$S = \frac{m}{\Delta m} = \frac{e B^2 R_0}{2 E_0 m},$$

on obtient

$$l_0 = \frac{e}{m} \frac{R_0^2 B^2}{E_0} = 2 R_0 S.$$

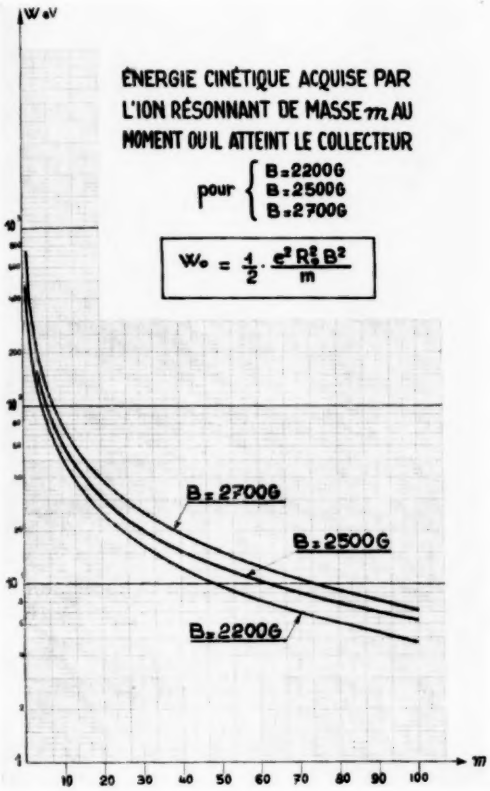


Fig. 16.

Ceci signifie, d'une part que pour des valeurs données de $E_0$ et $B$, $l_0$ est d'autant plus grand que la masse est plus faible et, d'autre part que, pour une masse donnée, $l_0$ est directement proportionnel à la valeur du pouvoir de résolution.

Les courbes de la figure 17 illustrent ces résultats.

On voit ainsi que dans le cas des masses faibles, $l_0$ peut atteindre plusieurs centaines de centimètres. Or pour que les ions résonnants puissent parcourir librement les trajectoires qui les amènent sur le collecteur, il ne faut pas que la probabilité de collision de ces ions avec les molécules neutres se trouvant dans la zone d'interaction soit trop grande, autrement dit que la pression dans l'Omégatron soit trop élevée.

On peut avoir une idée approximative de la valeur de la pression, compatible avec un fonctionnement correct du tube en faisant le raisonnement suivant qui suppose que les masses des particules en jeu sont toutes du même ordre de grandeur.

La probabilité de chocs ions-molécules est évidemment proportionnelle à la longueur $l_0$ des trajectoires des ions et inversement proportionnelle au libre parcours moyen $L$ des molécules neutres. Par conséquent, les trajectoires ioniques seront d'autant moins perturbées que le rapport $\frac{L}{l_0}$ sera plus grand. Il revient au même de dire que l'absence de perturbation due à la pression se traduit par la condition $l_0 \leq L$.

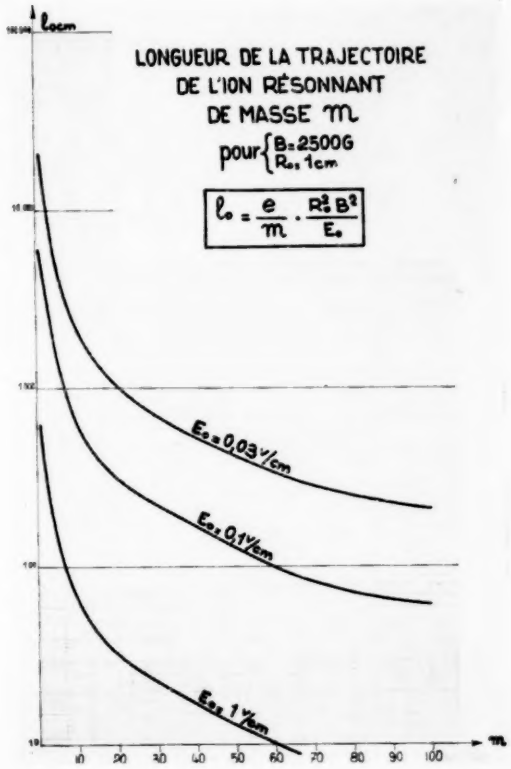


Fig. 17.

Considérons le cas de particules de masse donnée $m$ : à température constante, $L$ ne dépend que de la

pression $\left(L = \frac{k_1}{P}\right)$ et $l_0$ que de la valeur du pouvoir de résolution ($l_0 = k_2 S$).

Si la pression, donc $L$ est fixée, la condition $l_0 \leq L$ impose une limite supérieure de $l_0$, donc du pouvoir de résolution; celui-ci devra être d'autant plus petit que la pression imposée sera plus élevée.

Au contraire, si l'on se donne la valeur du pouvoir séparateur, donc de $l_0$, la condition $l_0 \leq L$ impose que la pression soit d'autant plus basse que la valeur choisie pour $S$ est plus grande.

Lorsque la pression est donnée, $L$ ne dépend que de la masse des particules; en première approximation $L$ varie comme $\frac{1}{\sqrt{m}}$; $l_0$ variant comme $\frac{1}{m}$, le rapport $\frac{L}{l_0}$ est proportionnel à $\sqrt{m}$. Pratiquement cela signifie que les trajectoires ioniques sont d'autant moins perturbées, toutes choses égales d'ailleurs, que les ions résonnants sont plus lourds.

Nous verrons l'intérêt de ces considérations lorsque nous examinerons la seconde application de l'Omégatron, à savoir la détection des fuites.

Pour l'instant, nous retiendrons que la condition $L = l_0$ fixe approximativement la limite supérieure $P_m$ de la pression, permettant un fonctionnement correct du tube. Si l'on se place dans le cas idéal d'un gaz dont les molécules ont toutes la même masse $m$, $P_m$ est donné par la relation [3]

$$P_{m\,(\text{torr})} = 8,589\,\frac{\eta}{l_0}\sqrt{\frac{T}{M}}, \tag{50}$$

où $\eta$ coefficient de viscosité du gaz est exprimé en poises; $M$, masse moléculaire du gaz, en grammes et $l_0$ en centimètres.

Quelques valeurs de $P_m$ sont indiquées dans le tableau ci-dessous. Nous verrons que les chiffres obtenus sont en bon accord avec ceux fournis par l'expérience; c'est ainsi qu'on vérifiera qu'un fonctionnement correct de l'Omégatron, correspondant à des valeurs moyennes de la résolution et de la sensibilité nécessite que la pression dans le tube reste inférieure à $5.10^{-6}$ torr. Entre $5.10^{-6}$ et $5.10^{-7}$ les performances de l'Omégatron sont encore sensiblement influencées par le facteur pression; enfin lorsque $P < 10^{-7}$ torr, cette influence devient négligeable.

| $R_0 = 1$ cm<br>$B = 2500$ gauss.<br>Valeur de $m$ correspondant à $\Delta m = 1$.... | $E_0 = 1$ V/cm. | | | $E_0 = 0,1$ V/cm. | | | $E_0 = 0.01$ V/cm. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 18. | | | 57. | | | 100. | | |
| $m$..... | 2. | 20. | 80. | 2. | 20. | 80. | 2. | 20. | 80. |
| $l_0$ (cm)..... | 312,5 | 31,25 | 7,81 | 3 125 | 312,5 | 78,1 | 31 250 | 3 125 | 781 |
| $P_m$ (torr)..... | $2,9.10^{-4}$ | $3,7.10^{-4}$ | $5.10^{-4}$ | $2,9.10^{-5}$ | $3,7.10^{-5}$ | $5.10^{-5}$ | $2,9.10^{-7}$ | $3,7.10^{-6}$ | $5.10^{-6}$ |

1.2.7. Nombre de révolutions effectuées par l'ion résonnant au moment où il atteint le collecteur. — On a vu qu'en première approximation la trajectoire d'un ion résonnant de masse $m$ est une spirale définie par les équations paramétriques

$$x = -\frac{E_0}{2B}\,t\sin(\Omega t + \varphi),$$

$$y = -\frac{E_0}{2B}\,t\cos(\Omega t + \varphi),$$

d'où l'on tire

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{E_0}{2B}\,t.$$

La fréquence du mouvement est

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\,\frac{eB}{m}$$

comme la particule atteint le collecteur S au bout du temps $t_0 = \frac{2BR_0}{E_0}$, on voit que le nombre de révolutions effectuées est

$$n_0 = \frac{t_0}{T} = t_0 f = \frac{1}{\pi}\,\frac{eR_0B^2}{E_0 m},$$

soit, en introduisant dans cette expression le rapport $S = \frac{m}{\Delta m}$,

$$n_0 = \frac{1}{\pi}\,\frac{eB^2R_0}{E_0 m} = \frac{2S}{\pi}. \tag{51}$$

On a tracé sur la figure 18 la courbe $n_0 = f(m)$ pour trois valeurs de $E_0$, dans le cas où $R_0 = 1$ cm et $B = 2\,500$ gauss.

On constate, par exemple, que dans le cas où

[3] Dushman, *Vacuum technique*, p. 33.

$E_0 = 0{,}5$ V/cm, $n_0$ varie entre 4 pour $m = 100$ et 400 pour $m = 1$.

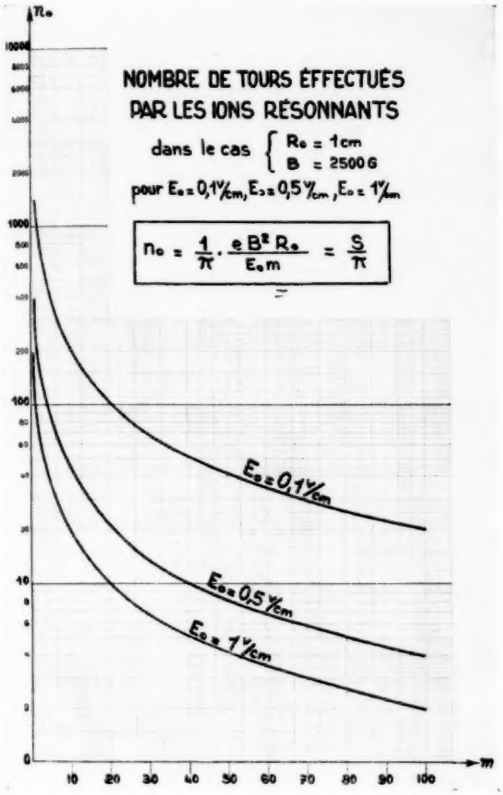


Fig. 18.

1.2.8. Incrément radial des trajectoires des ions résonnants. — On a montré que le rayon vecteur de la trajectoire d'un ion résonnant a pour expression

$$r = \frac{E_0}{2B} t$$

à l'instant $t_1$, $r$ a donc la valeur

$$r_1 = \frac{E_0}{2B} t_1$$

au bout d'une période $T = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\frac{2\pi m}{eB}$, $r$ devient

$$r_2 = r_1 + \delta r_0 = \frac{E_0}{2B}(t_1 + T),$$

c'est-à-dire que l'incrément par tour a pour expression

$$\delta r_0 = \frac{\pi E_0 m}{e B^2}. \tag{52}$$

Les courbes $\delta r_0 = f(m)$ pour trois valeurs de $E_0$, dans le cas où $R_0 = 1$ cm et $B = 2\,500$ gauss ont l'allure indiquée sur la figure 19; on voit que pour $E_0 = 0{,}5$ V/cm, $\delta r_0$ varie entre $2{,}5 . 10^{-2}$ mm pour $m = 1$ et 2,5 mm pour $m = 100$.

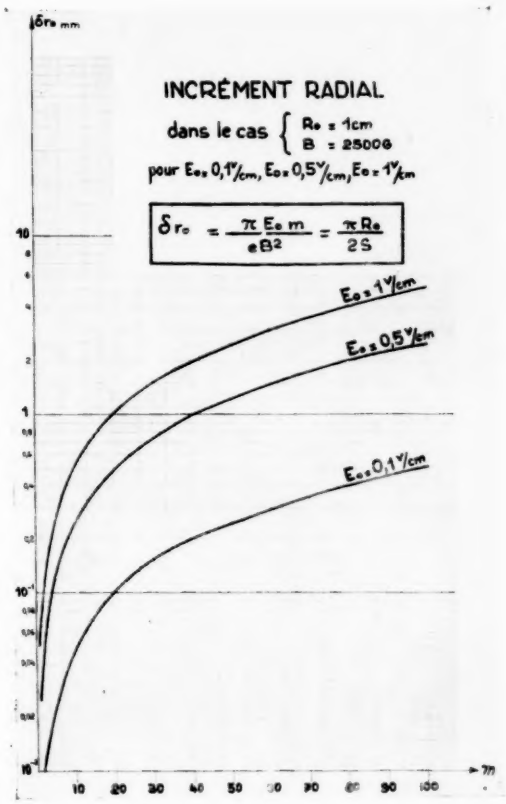


Fig. 19.

D'après les formules (49), (51) et (52) on vérifie qu'on a entre les quantités $\delta r_0$, $S$ et $l_0$, les relations

$$\frac{\delta r_0}{R_0} = \frac{\pi}{2S} \tag{53}$$

et

$$l_0\, \delta r_0 = \pi R_0^2. \tag{54}$$

1.2.9. Variation de la grandeur du rayon vecteur de la trajectoire de l'ion de masse $m$ lorsqu'on se trouve au voisinage de la réson-

NANCE. — Au voisinage de la résonance les coordonnées de l'ion $(e, m)$ ont pour expression

$$x = -r \sin\left(\frac{\Omega + \omega}{2} t + \varphi\right),$$

$$y = -r \cos\left(\frac{\Omega + \omega}{2} t + \varphi\right),$$

avec

$$r = \frac{E_0}{B \Delta\omega} \sin \frac{\Delta\omega}{2} t.$$

La vitesse angulaire du mouvement étant $\frac{\Omega + \omega}{2}$, la durée d'une révolution est

$$T = \frac{4\pi}{\Omega + \omega},$$

à l'instant $t_1$,

$$r_1 = \frac{E_0}{B \Delta\omega} \sin \frac{\Delta\omega}{2} t_1;$$

à l'instant $t_1 + T$,

$$r_2 = r_1 + \delta r = \frac{E_0}{B \Delta\omega} \sin \frac{\Delta\omega}{2} (t_1 + T).$$

En remarquant que la quantité

$$\frac{\Delta\omega}{2} T = \frac{2\pi \Delta\omega}{\Omega + \omega}$$

est très petite, on établit que

$$\delta r = \frac{\pi E_0 m}{e B^2} \cos \frac{\Delta\omega}{2} t_1 = \delta r_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t_1,$$

soit, puisque

$$\cos \frac{\Delta\omega}{2} t_1 = \left(1 - r_1^2 \frac{B^2 \Delta\omega^2}{E_0^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$(55) \qquad \delta r = \delta r_0 \cos \frac{\Delta\omega}{2} t_1 = \delta r_0 \sqrt{1 - r_1^2 \frac{B^2 \Delta\omega^2}{E_0^2}},$$

on voit donc que $\delta r$, toujours inférieur à $\delta r_0$, varie entre 0 et $\delta r_0$.

1.2.10. ÉTUDE DE L'INFLUENCE D'UN DÉFAUT D'ORIENTATION DU CHAMP MAGNÉTIQUE **B** PAR RAPPORT AU CHAMP ÉLECTRIQUE **E**. — Toujours en supposant que les champs **E** et **B** sont uniformes dans la région d'interaction nous allons examiner ce que deviennent les trajectoires ioniques lorsque les directions du champ magnétique et de l'axe $Oz$ du système d'axes trirectangulaire précédemment utilisé font entre elles un angle $\alpha$, autrement dit lorsque le champ magnétique **B** a des composantes $B_x$, $B_y$, $B_z$ sur les trois axes. Nous admettrons également que les vitesses initiales des ions sont négligeables.

Pour simplifier le problème, nous nous limiterons à l'étude de deux cas particuliers d'intérêt pratique.

*a.* $B_x \neq 0$, $B_y = 0$ : Lorsque $B_x \neq 0$ et $B_y = 0$, le champ magnétique n'est plus normal au plan $xOy$ mais reste perpendiculaire au champ électrique **E**. Par suite, les trajectoires des ions $(e, m)$ sont identiques à celles qui ont été définies dans le cas où l'on suppose **B** dirigé suivant $Oz$, mais elles se trouvent, non plus dans le plan $xOy$, mais dans le plan $XOY$ normal au champ **B** qui coupe le plan $xOy$ (*fig.* 20).

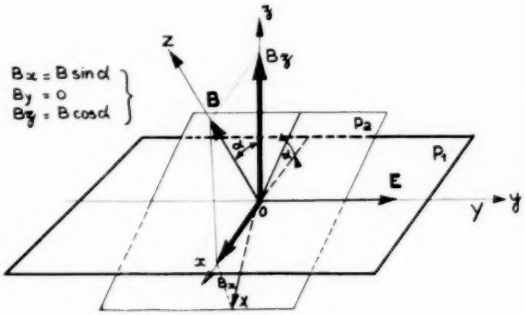


Fig. 20.

Compte tenu de cette remarque, on déduit des formules précédemment établies les équations paramétriques des trajectoires dans le système d'axes $Oxyz$.

Dans le cas des ions résonnants, on a

$$(56) \qquad x = \frac{E_0 \cos\alpha}{2B\Omega} [2(1 - \cos\Omega t)\cos\varphi - \Omega t \sin(\Omega t + \varphi) + \sin\varphi \sin\Omega t],$$

$$(57) \qquad y = \frac{E_0}{2B\Omega} [\sin\Omega t \cos\varphi - \Omega t \cos(\Omega t + \varphi)],$$

$$(58) \qquad z = -\frac{E_0}{2B\Omega} \sin\alpha [2(1 - \cos\Omega t)\cos\varphi - \Omega t \sin(\Omega t + \varphi) + \sin\varphi \sin\Omega t],$$

soit, en désignant par $X(t)$ et $Y(t)$ les coordonnées de l'ion $(e, m)$ dans le plan $XOY$,

$$(59) \qquad x = X(t)\cos\alpha \sim X(t)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right),$$

$$(60) \qquad y = Y(t),$$

$$(61) \qquad z = -X(t)\operatorname{tg}\alpha \sim -X(t)\left(\alpha + \frac{\alpha^3}{3}\right).$$

La projection de la trajectoire de l'ion résonnant $(e, m)$ sur le plan $xOy$ est donc définie par

$$x = X(t)\left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right),$$

$$y = Y(t)$$

au second ordre près, elle est identique à la trajectoire relative au cas où l'on suppose $B_x = 0$. Quant à

la projection du mouvement sur le plan $zOy$, c'est une spirale d'équation

$$y = Y(t),$$
$$z = -\alpha\, Y(t).$$

Ce qui est intéressant du point de vue pratique, c'est de connaître la valeur maximum de $z$ : comme $X(t)_{max}$ est sensiblement égal à $\delta r_0\, n_0 = R_0$, on a

$$z_m = R_0 \alpha, \tag{62}$$

soit $z_m = 0{,}17$cm pour $R_0 = 1$cm et $\alpha = 10^0 = 0{,}17$ rad.

Les ions étant formés sur toute la longueur du faisceau d'électrons on voit sur le schéma de la figure 21 qu'un certain nombre d'ions résonnants ne peut atteindre le collecteur S, d'où une perte de sensibilité qui n'est pas négligeable lorsque $\alpha$ est supérieur à quelques degrés.

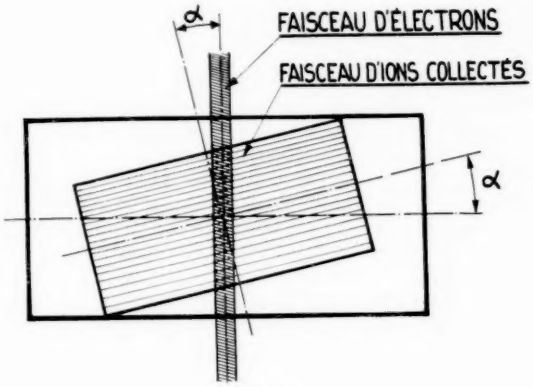


Fig. 21.

L'expérience montre par ailleurs que le pouvoir séparateur est également affecté par le défaut de positionnement du champ magnétique; ceci n'apparaît pas dans les calculs ci-dessus où l'on ne tient pas compte de la forme du faisceau d'électrons. En fait (effet de focalisation magnétique), la direction du vecteur **B** détermine la direction et la forme du faisceau électronique. Un défaut de positionnement du champ magnétique entraîne donc un décentrage du faisceau d'électrons, lui-même responsable d'une dispersion et d'un affaiblissement du faisceau d'ions; il en résulte une diminution du pouvoir séparateur, parfois même une déformation importante des pics de résonance.

Comme nous allons le voir, ces effets sont du même ordre de grandeur que ceux qui se manifestent dans le cas où la composante $B_x$ du champ **B** n'est pas nulle.

*b.* $B_x = 0$, $B_y \neq 0$ : Lorsque $B_x = 0$ et $B_y \neq 0$, le champ magnétique n'est plus perpendiculaire au champ électrique **E** (*fig.* 22); les trajectoires ioniques

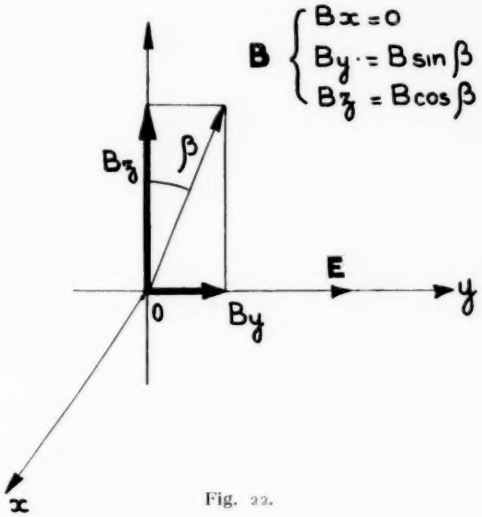


Fig. 22.

sont alors définies par les relations

$$m\frac{dv_x}{dt} = e[v_y B_z - v_z B_y], \tag{63}$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = e[E_0 \sin(\omega t + \varphi) - v_x B_z], \tag{64}$$

$$m\frac{dv_z}{dt} = e v_x B_y \tag{65}$$

qui conduisent dans le cas de la résonance, et lorsqu'on suppose nulles les vitesses initiales, aux équations paramétriques suivantes :

$$x = \frac{E_0}{2B\Omega}\cos\beta[2(1-\cos\Omega t)\cos\varphi - \Omega t\sin(\Omega t+\varphi) + \sin\varphi\sin\Omega t], \tag{66}$$

$$y = \frac{E_0}{2B\Omega}\sin^2\beta[\Omega t\cos\varphi - \sin(\Omega t+\varphi) + \sin\varphi] + \frac{E_0}{2B\Omega}\cos^2\beta[\sin\Omega t\cos\varphi - \Omega t\cos(\Omega t+\varphi)], \tag{67}$$

$$z = \frac{E_0}{2B\Omega}\sin\beta\cos\beta[\Omega t[2\cos\varphi + \cos(\omega t+\varphi)] - 2\sin(\Omega t+\varphi) - \sin\Omega t\cos\varphi + 2\sin\varphi]. \tag{68}$$

Le mouvement n'est donc plus un mouvement plan.

Si l'on introduit dans ces équations les fonctions $X(t)$ et $Y(t)$ qui représentent les coordonnées de la particule résonnante dans le plan $xOy$ lorsque $B_x = B_y = 0$, on a pour de petites valeurs

de $\beta$,

$$x = X(t)\left[1 - \frac{\beta^2}{2}\right],$$

$$y = \frac{E_0}{B\Omega}\beta^2[\Omega t\cos\varphi - \sin(\Omega t + \varphi) + \sin\varphi]$$
$$+ \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right)Y(t).$$

Ceci montre qu'au second ordre près la projection de la trajectoire de l'ion résonnant sur le plan $xOy$ est identique à celle relative au cas où $\beta = 0$,

$$x = X(t),$$
$$y = Y(t).$$

Quant à la projection du mouvement sur le plan $xOz$ elle est définie, au second ordre près, par

$$y = Y(t),$$
$$z = \frac{E_0}{2B\Omega}\beta[\Omega t[2\cos\varphi + \cos(\Omega t + \varphi)]$$
$$- 2\sin(\Omega t + \varphi) - \sin\Omega t\cos\varphi + 2\sin\varphi].$$

Un calcul approché qui tient compte des résultats obtenus au paragraphe 1.2.2 montre alors que la valeur maximum de $z$ est

$$z_m = \beta R_0(1 + 2\cos\varphi).$$

Pour $R = 1$ cm et $\beta = 10^0 = 0{,}17$ rad, la valeur absolue de $z_m$ varie suivant les valeurs de $\varphi$ entre $\beta R_0 = 0{,}17$ cm et $3\beta R_0 = 0{,}51$ cm.

Ici encore le défaut d'orientation du champ magnétique entraîne une diminution, d'une part de la sensibilité, et d'autre part du pouvoir séparateur, diminution qui est du même ordre de grandeur que dans le cas précédemment examiné.

Nous étudierons dans la prochaine partie d'autres effets dus à un défaut d'orientation du champ magnétique, mais déjà on comprend que le positionnement de l'aimant, ou de l'électro-aimant produisant le champ **B** par rapport au tube Omégatron est une opération qui doit être effectuée avec le plus grand soin; de sa précision dépend en grande partie la qualité des spectres obtenus.

1.2.11. Remarque concernant l'homogénéité des champs magnétique et électrique. — On a supposé au début de cette étude que les champs magnétique et électrique étaient parfaitement uniformes; c'est une hypothèse de travail qui simplifie beaucoup les choses au point de vue mathématique mais évidemment ne correspond qu'approximativement à la réalité.

Nous n'étudierons pas ici l'influence de la non uniformité des champs **E** et **B** sur les performances de l'Omégatron, cette étude ayant été faite par Mc Marry [3] et Wilson Brubaker [4]. Disons simplement que le pouvoir de résolution, d'une part, et la proportionnalité du nombre d'ions collectés au nombre d'ions de même masse formés, d'autre part, sont fortement affectés par l'inhomogénéité du champ électrique.

C'est pourquoi nous avons renoncé, malgré sa simplicité, à la structure élémentaire de l'Omégatron dans laquelle le champ électrique est obtenu en appliquant une tension alternative entre deux électrodes planes, l'une d'elles étant maintenue au potentiel du sol : l'inhomogénéité du champ électrique est alors telle qu'on peut tout au plus séparer la masse 20 des masses voisines, ce qui est très insuffisant pour les applications que nous envisagerons.

L'utilisation d'anneaux de garde judicieusement polarisés, suggérée par différents expérimentateurs, s'avère commode et extrêmement efficace ainsi que nous le verrons dans la prochaine partie.

En ce qui concerne les effets dus à l'inhomogénéité du champ magnétique, l'expérience montre qu'ils sont moins importants que ceux dont il vient d'être question; Wilson Brubaker a même proposé l'utilisation d'un champ magnétique dont les lignes de force ont l'allure indiquée sur la figure 23 : le champ est maximum sur l'axe de symétrie du système avec lequel le faisceau d'électrons est aligné.

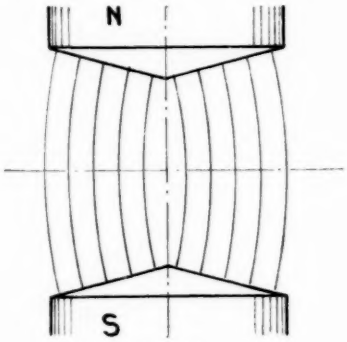


Fig. 23.

Une telle distribution du champ en astreignant les ions formés à demeurer au voisinage du plan médian P (effet de « trapping ») affecte favorablement la sensibilité de l'Omégatron; on démontre que le pouvoir séparateur se trouve également augmenté.

Ces mêmes effets pouvant être obtenus par des moyens plus simples du point de vue expérimental, nous avons renoncé à cette solution et utilisé un champ magnétique aussi uniforme que possible.

*(A suivre.)*

## BIBLIOGRAPHIE.

[1] H. Sommer, H. A. Thomas et J. A. Hipple, *The measurement of* $\frac{e}{m}$ *by cyclotron resonance* (*Phys. Rev.*, t. 82, nº 5, 1951, p. 697).

[2] G. Jernakoff, *Radio Frequency mass spectometer*, Brevet nº 2.698.389, juillet 1953.

[3] L. R. Mc Narry, *Development of a miniature mass spectometer of the Omegatron type* (*National Research Council of Canada Radio and Electrical Engineering;* Division NR. C., nº 4.259, December 1956).

[4] W. Brubaker, *Omegatron type mass spectometer*, Brevet nº 2.735.942, juin 1954.

# THÉORIE DU GAIN D'UN TRANSISTOR ET RÉPARTITION DES PORTEURS DANS LA BASE (1)

PAR J. DELLA RICCIA,

Département de Recherches Physico-Chimiques
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'auteur donne une théorie du gain en fonction du courant des transistors à jonction. Il établit une expression analytique de la courbe du gain et montre comment on peut relier les grandeurs géométriques et électriques du transistor aux paramètres de cette courbe.*

*Il fait une comparaison des transistors pnp et npn du point de vue du gain.*

*Une analyse mathématique de la répartition des porteurs dans la base permet de mesurer la vitesse de recombinaison s des porteurs à la surface du transistor* (C. D. U. : 621.382.)

SUMMARY. — *The author gives a theory of gain as a function of junction transistor current. He sets out an analytic expression for the gain curve and shows how the geometric and electric magnitudes of the transistor may be related to the parameters of that curve. He compares pnp and npn transistors from the gain point of view.*

*A mathematical analysis of the carrier distribution in the base gives a measurement of the recombination rate s of the carriers on the surface of the transistors.* (U. D. C. : 621.382.)

INHALTSANGABE. — *Der Verfasser bringt eine Theorie für die Bestimmung des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit des Stromes bei Flächentransistoren. Er leitet einen Ausdruck für die Kurve des Verstärkungsfaktors ab und zeigt, wie man die geometrischen und elektrischen Grössen des Transistors mit den verschiedenen Parametern, welche diese Kurve bestimmen, in Beziehung bringen kann. Er gibt dann einen Vergleich der pnp-Transistoren mit den npn-Transistoren in bezug auf die Verstärkung.*

*Durch eine mathematische Analyse der Verteilung der Ladungsträger in der Basiszone ist es möglich die Wiederverbindungsgeschwindigkeit s der Ladungsträger an der Transistoroberfläche zu messen.* (D. K. : 621.382.)

## INTRODUCTION.

Les théories existantes du gain en courant d'un transistor donnent l'allure correcte de la variation de ce gain en fonction du courant, mais ne permettent pas de retrouver quantitativement les résultats expérimentaux; elles sont incapables, en particulier, d'expliquer le fonctionnement des transistors de puissance où le niveau des porteurs injectés dans la base est très grand.

La théorie exposée dans ce travail met en évidence le rôle du champ électrique qui apparaît dans la base au moment du fonctionnement et conduit à une expression analytique de la courbe du gain en fonction du courant.

On y montre comment il faut choisir les paramètres géométriques et physiques d'un transistor pour obtenir une courbe de gain fixée *a priori*.

Dans une deuxième partie on fait une étude mathématique de la répartition des porteurs de charges dans la base d'un transistor ayant une géométrie simple et l'on montre comment elle permet de déterminer rigoureusement les propriétés de surface d'un tel transistor.

Les résultats théoriques sont comparés aux résultats expérimentaux.

(1) Manuscrit reçu le 12 juin 1959.

## I. THÉORIE DU GAIN.

Nous allons traiter le cas d'un transistor *pnp*, les résultats sont évidemment valables pour un transistor *npn*, à condition d'intervertir dans les formules les indices $p$ et $n$.

Soient $j_e$ et $j_c$ les densités de courant à l'émetteur et au collecteur, $I_e$ et $I_c$ les courants totaux correspondants; soit, de même, $I_b$ le courant total provenant de la connexion de base.

Le courant d'émetteur $I_e$ se compose d'un courant de trous $I_p$ et d'un courant d'électrons $I_n$ qui dans tous les cas envisagés peut être négligé devant $I_p$.

L'étude concerne le gain en courant $\beta$ défini comme étant égal à

$$\beta = \frac{I_c}{I_b}.$$

Étant donné qu'il est plus facile de calculer $I_c$ parce que les conditions aux limites pour la répartition des porteurs sont mieux connues devant l'émetteur et comme, de toutes façons, on sera dans des conditions de gain où $I_c \approx I_e$, alors on étudiera les variations de

$$\beta = \frac{I_c}{I_b} \approx \frac{I_p}{I_b}.$$

### 1.1. Détermination des différents courants.

Soient $p$ et $n$ les concentrations en trous et en électrons, et $N$ la concentration d'impuretés dans la base.

On sait qu'on peut écrire le système d'équations

$$\mathbf{j}_p = -D_p q\,\mathbf{grad}\,p + \mu_p q p \mathbf{E}.$$
$$\mathbf{j}_n = \quad D_n q\,\mathbf{grad}\,n + \mu_n q n \mathbf{E}$$

et qu'avec une très bonne approximation, la neutralité électrique est satisfaite, soit $N + p = n$.

Comme on l'a dit plus haut, $j_n$ est très faible, ce qui permet d'avoir une expression du champ électrique dans la base en faisant $j_n = 0$,

$$\mathbf{E} = -\frac{D_n}{\mu_n}\frac{\mathbf{grad}\,n}{n} = -\frac{D_p}{\mu_p}\frac{\mathbf{grad}\,p}{N+p}.$$

En portant cette valeur du champ dans l'expression du courant de trous, il vient

$$\mathbf{j}_p = -D_p q\,\mathbf{grad}\,p\left[1 + \frac{p}{N+p}\right].$$

On peut montrer (ceci fera l'objet d'un travail ultérieur) que quel que soit le régime de fonctionnement d'un transistor dont la base est uniformément dopée, au voisinage de l'émetteur, **grad** $p$ est normal à l'émetteur et garde une valeur à peu près constante et égale à $-\frac{p_0}{W}$, où $p_0$ est la densité de porteurs minoritaires injectés et $W$ l'épaisseur de la base.

Par conséquent,

$$\mathbf{j}_p(0) = D_p q \frac{p_0}{W}\left[1 + \frac{p_0}{N+p_0}\right].$$

Dans tout ce qui suit, nous ferons apparaître la variable $\theta = \frac{p_0}{N}$ qui caractérise le niveau d'injection de porteurs dans la base.

Le courant total de trous est donc

$$I_p = \frac{SD_p q N}{W}\,\theta\,\frac{1+2\theta}{1+\theta},$$

où $S$ est la surface de l'émetteur.

Le courant total de base $I_b$ est la somme de trois courants,

$$I_b = I_n + I_r + I_s.$$

Nous négligeons volontairement le courant de saturation $I_{co}$ du collecteur qui est habituellement faible dans les bons transistors.

$I_n$ est le courant d'électrons traversant l'émetteur en même temps que le courant de trous $I_p$.

Le rapport de ces deux courants $\gamma = \frac{I_p}{I_n}$ caractérise le rendement de l'émetteur.

Sachant que

$$p_0 = p_{0e}\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right)$$
$$= (P + n_0)\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right) \approx P\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right)$$

et que

$$n_0 = n_{0e}\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right) = (N + p_0)\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right),$$

où

$$V_e = -\varphi + V_{\text{appl}}$$

($V_{\text{appl}}$ est la tension qu'on applique aux bornes de la jonction émetteur-base et $\varphi$ la hauteur de la barrière de potentiel de cette jonction à l'équilibre).

On a alors

$$I_p = \frac{SD_p q}{W}p_0\left[1 + \frac{p_0}{p_0+N}\right]$$
$$= \frac{SD_p q}{W}\left(\frac{1+2\theta}{1+\theta}\right)P\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right),$$
$$I_n = \frac{SD_n q}{L_n}(N + p_0)\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right)$$
$$= \frac{SD_n q N}{L_n}(1+\theta)\exp\left(\frac{qV_e}{kT}\right).$$

$P$ est le dopage de l'émetteur, $L_n$ est théoriquement la longueur de diffusion des électrons dans l'émetteur, mais en pratique, ce sera l'épaisseur de semi-conducteur recristallisé de type $p$. L'émetteur est suffisamment dopé pour qu'on puisse calculer $I_n$ comme un courant de diffusion et négliger le champ électrique dans la région d'émetteur.

Ceci étant, on a

$$\frac{I_p}{I_n} = \gamma = \frac{D_p}{D_n}\frac{L_n}{W}\frac{P}{N}\frac{1+2\theta}{(1+\theta)^2},$$

$$\gamma = \gamma_0 \frac{1+2\theta}{(1+\theta)^2}, \qquad \gamma_0 = \frac{D_p}{D_n}\frac{L_n}{W}\frac{P}{N}.$$

Les courants $I_v$ et $I_s$ sont dûs respectivement à la recombinaison en volume et à la recombinaison en surface.

Ils se calculent de la façon suivante :

$$\operatorname{div} \mathbf{j}_v = -\frac{pq}{\tau},$$

$$\mathbf{j}_s = spq.$$

$\tau$ étant la durée de vie en volume;
$s$ étant la vitesse de recombinaison en surface.
D'où

$$I_v = q \iiint \frac{p}{\tau}\, dv,$$

l'intégrale étant étendue à tout le volume de la base;

$$I_s = q \iint sp\, d\sigma,$$

l'intégrale étant étendue à toute la surface de la base du côté émetteur.

Pour calculer ces intégrales, il faut déterminer pour chaque géométrie la loi de répartition des porteurs

$$p = p_0 f(x, y).$$

On en trouvera un exemple dans la deuxième partie.

Dans notre théorie, on fait l'hypothèse que la durée de vie en volume $\tau$ est constante, quel que soit le niveau de porteurs injectés, et que sa valeur est celle qu'on mesure sur le matériau de base qui sert à la fabrication. De même, on suppose que $s$ est caractéristique de la surface et qu'elle est constante aussi. On discutera cette hypothèse plus loin en comparant les résultats théoriques aux résultats expérimentaux,

$$I_v = \frac{qp_0}{\tau} \iiint f(x, y)\, dv,$$

$$I_s = qsp_0 \iint f(x, 0)\, d\sigma.$$

Le rapport $\alpha = \frac{I_p}{I_v + I_s}$ caractérise le facteur de transport dans la base. On peut l'écrire sous la forme

$$\frac{1}{\alpha} = \left( \frac{W \iiint f(x, y)\, dv}{SD_p\tau} + \frac{sW \iint f(x, 0)\, d\sigma}{SD_p} \right) \left( \frac{1+\theta}{1+2\theta} \right),$$

$$\alpha = \alpha_0 \frac{1+2\theta}{1+\theta},$$

$$\frac{1}{\alpha_0} = \frac{1}{\alpha_v} + \frac{1}{\alpha_s}.$$

L'expression analytique de la variation du gain en fonction du courant s'écrit sous la forme

$$(1) \qquad \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\gamma}\frac{(1+\theta)^2}{1+2\theta} + \frac{1}{\alpha_0}\frac{1+\theta}{1+2\theta} = \frac{1+\theta}{1+2\theta}\left[\frac{1+\theta}{\gamma_0} + \frac{1}{\alpha_0}\right],$$

$$(2) \qquad I_v + I_p = \frac{SD_p q N}{W}\frac{1+2\theta}{1+\theta}\theta.$$

## 1.2. Rôle du champ électrique dans la base.

On peut donner une image intuitive de l'apparition d'un champ électrique dans la base quand on injecte des porteurs minoritaires; il se produit un appel d'électrons destinés à satisfaire à la neutralité électrique et alors le gradient d'électrons est égal au gradient de trous. Il devrait donc apparaître dans la base un courant de diffusion d'électrons du même ordre de grandeur que celui de trous, allant de l'émetteur au collecteur. Mais cela ne peut pas se produire puisque le champ dans la charge d'espace du collecteur s'oppose au passage des électrons venant de la base. Il doit donc exister un champ électrique orienté de l'émetteur vers le collecteur, s'opposant à la diffusion des électrons.

La contribution du champ est représentée dans les formules (1) et (2) par la fraction $\frac{1+2\theta}{1+\theta}$ qui tend vers 2 quand $\theta$ augmente.

A cause de ce champ, on voit que le gain commence *toujours* par augmenter, passe par un maximum, décroît ensuite et tend vers $\frac{2\gamma_0}{\theta}$ lorsque $\theta$, devient suffisamment grand.

La valeur du gain maximum ne peut pas être supérieure à deux fois la valeur du gain à l'origine $\beta_0$ ($\theta = 0$) correspondant à $\theta$ voisin de zéro; $\beta_{max}$ s'approchera d'autant plus de $2\beta_0$ que $\gamma_0$ sera plus grand devant $\alpha_0$. Mais, par contre, le gain chutera moins vite à partir de $\beta_{max}$ pour les forts courants et la courbe sera plate dans la région de fonctionnement du transistor la plus intéressante. Si, au contraire, toutes choses restent égales par ailleurs,

$\gamma_0$ est plus faible, le maximum sera moins accusé mais la décroissance du gain sera plus brutale. Ce fait est illustré par la figure 1.

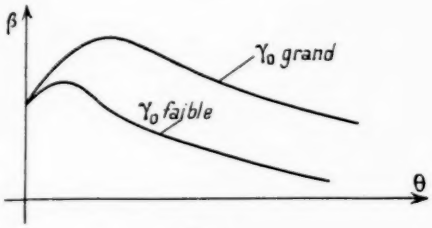


Fig. 1.

### 1.3. Gain intégré et gain différentiel.

Le gain β défini plus haut est le gain mesuré en statique. On peut s'intéresser aussi au gain différentiel

$$\beta' = \frac{\partial I_c}{\partial I_b}$$

qui intervient dans l'amplification de petits signaux alternatifs. On a

$$\frac{\partial I_c}{\partial \theta} = \frac{S D_p q N}{W} \frac{1 + 4\theta + 2\theta^2}{(1+\theta)^2}$$

et

$$\frac{\partial I_b}{\partial \theta} = \frac{\partial \left(\frac{I_c}{\beta}\right)}{\partial \theta},$$

d'où

$$\frac{1}{\beta'} = \frac{\partial I_b}{\partial I_c} = \frac{(1+\theta)^2}{1 + 4\theta + 2\theta^2} \left[ \frac{1+2\theta}{\gamma_0} + \frac{1}{\alpha_0} \right].$$

On voit que $\beta'_0 = \beta_0$, $\beta'$ croît plus vite que β au départ, mais pour θ suffisamment grand, $\beta'$ tend vers $\frac{\gamma_0}{\theta}$.

Soit $\beta' = \frac{\beta}{2}$ à fort niveau.

### 1.4. Comparaison de la théorie avec les résultats expérimentaux.

On peut mesurer avec une bonne précision les dimensions géométriques $S$, $W$, $L_n$ qui interviennent dans les formules en procédant à une coupe du transistor. La figure 2 montre une telle coupe relative à l'un des trois transistors de puissance qui ont servi à l'étude.

Le dopage $N$ du matériau de base est connu avant la fabrication, on peut éventuellement le déterminer à nouveau par une mesure de capacité inverse du collecteur.

L'expérience fournit une courbe $\beta = f(I_c)$, qu'il est facile de transposer en une courbe $\beta = g(\theta)$ à l'aide de la relation (2) entre $I_c$ et θ.

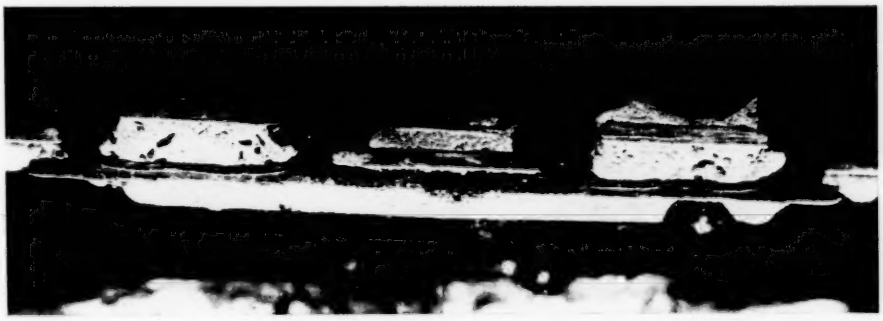

Fig. 2. — Coupe d'un transistor de puissance.

On peut procéder, par exemple, de la façon suivante, pour voir s'il y a accord entre l'expérience et la formule théorique du gain (1) : le maximum du gain a lieu pour un $\theta_{max}$, tel que $\frac{\partial \beta}{\partial \theta} = 0$ et qui, d'après le calcul, est donné par la relation

$$\gamma_0 = 2\alpha_0 \theta_{max}(1 + \theta_{max}). \tag{3}$$

La valeur de $\alpha_0$ est fixée en première approximation par le gain à l'origine $\beta_0$, car habituellement $\gamma_0$ est beaucoup plus grand que $\alpha_0$, de sorte que

$$\frac{1}{\beta_0} = \frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{\gamma_0} \simeq \frac{1}{\alpha_0}.$$

Ayant fixé $\alpha_0$ et $\theta_{max}$ étant donné par la courbe expérimentale, la relation (3) donne une première valeur de $\gamma_0$.

Par approximations successives, on arrive à faire coïncider la valeur de $\beta_{max}$ calculé et de $\beta_{max}$ mesuré, et le fait que la courbe théorique dans laquelle les deux paramètres $\alpha_0$ et $\gamma_0$ sont fixés coïncide convenablement avec la courbe expérimentale pour toutes les valeurs de $\theta$, constitue la meilleure justification des hypothèses.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

| Transistor n°s | $S$ (cm²). | $W$ (μ). | $N$ (at/cm³). | $L_n$ (μ). | $\alpha_0$. | $\gamma_0$. | $P$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1..... | 0,15 | 32 | 5 .10¹⁴ ($\rho = 3,3\ \Omega.cm$) | 66 | 36,5 | 1/150 | 0,56.10¹⁸ |
| 2..... | 0,25 | 55 | 2,5.10¹⁴ ($\rho = 6,6\ \Omega.cm$) | 68 | 68,5 | 1/370 | 0,55.10¹⁸ |
| 3..... | 0,25 | 62 | 2,5.10¹⁴ ($\rho = 6,6\ \Omega.cm$) | 54 | 46 | 1/140 | 0,6 .10¹⁸ |

Le fait de trouver des valeurs identiques de $P$ pour les trois transistors est remarquable; c'est une nouvelle confirmation des hypothèses et, en outre cela montre qu'on peut utiliser cette méthode pour déterminer le dopage de l'émetteur.

La figure 3 montre que l'accord entre la formule théorique du gain et la courbe expérimentale est très bon.

A très haut niveau, le gain chute plus vite que ne le laisse supposer cette théorie, l'hypothèse de la durée de vie constante commence à ne plus être valable. C'est ce que nous allons voir dans la deuxième partie.

## 1.5. Comparaison des transistors *pnp* et *npn*.

Il est intéressant de comparer deux transistors, l'un *pnp* et l'autre *npn*, qui auraient les mêmes dimensions géométriques, la même concentration d'impuretés dans la base (pour que le champ dans la charge d'espace du collecteur soit le même), même $\alpha_0$ (ce qui est possible si l'on suppose que l'état de surface et la durée de vie dans le volume sont pareils) et même $\gamma_0$ (ce qui suppose que l'émetteur du transistor *npn* est quatre fois moins dopé que celui du transistor *pnp*, du fait que $\frac{D_n}{D_p}$ est égal à quatre fois le rapport inverse).

Dans ces conditions, la courbe $\beta = f(\alpha_0, \gamma_0, \theta)$

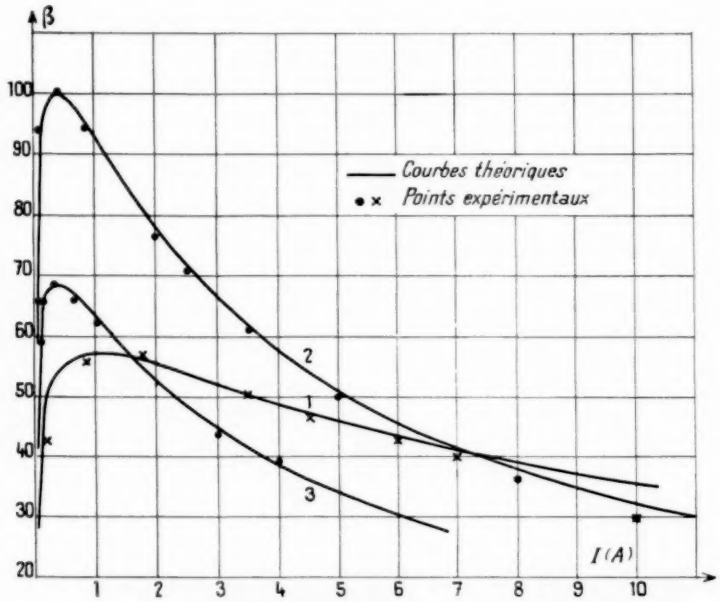


Fig. 3. — Gain des transistors au germanium 10 A.

est la même pour les deux transistors; par conséquent pour un $\theta$ fixé, on a

$$\frac{I_n}{I_p} = \frac{D_n}{D_p} \neq 2,$$

donc à gain égal, il passera deux fois plus de courant dans le transistor *npn*.

Si, de plus, on suppose que le dopage de l'émetteur est le même dans les deux transistors, alors $\gamma_0(npn) = 4\gamma_0(pnp)$, de sorte que la courbe du transistor *npn* sera plus plate, comme le montre la figure 1, et l'on pourra tolérer quatre fois plus de courant dans le transistor *npn*.

Étant donnés deux transistors *pnp* et *npn* semblables géométriquement et physiquement, celui-ci conservera encore son gain pour un courant de l'ordre de huit fois celui de *pnp*.

## 2. RÉPARTITION DES PORTEURS DANS LA BASE.

L'étude de la répartition des porteurs dans la base apporte des renseignements intéressants sur ce qui se passe à la surface du transistor.

Rappelons les équations de continuité et de conservation du courant de trous

$$\mathbf{j}_p = -D_p q\,\mathbf{grad}\,p\left[1 + \frac{p}{p+N}\right],$$

$$\operatorname{div}\mathbf{j}_p = -\frac{qp}{\tau}.$$

A très faible niveau,

$$\frac{p}{p+N} \neq 0 \quad \text{lorsque} \quad p \ll N, \quad \frac{p}{p+N} \neq 1.$$

Si l'on suppose $\tau$ indépendant de $p$, alors on peut éliminer $j_p$ et l'équation à résoudre pour trouver la répartition des trous est, suivant le niveau d'injection,

$$(4) \qquad \Delta p - \frac{p}{D_p\tau} = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta p - \frac{p}{2D_p\tau} = 0.$$

Or, $\sqrt{D_p\tau} = L_p$ est la longueur de diffusion des trous dans la base, et elle est toujours très supérieure à l'épaisseur de la base $W$; étant donné qu'on s'intéresse à la solution de (4) dans des intervalles de l'ordre de $W$, on peut négliger le terme en $\frac{p}{L_p^2}$ dans l'équation.

Donc, quel que soit le niveau d'injection, la seule équation à résoudre est

$$\Delta p = 0.$$

Elle donne la répartition de l'excès de trous et, à cause de la neutralité électrique, cette répartition est la même que celle de l'excès d'électrons.

*Résolution de l'équation.* — Nous allons traiter le cas d'un transistor à deux dimensions, qui est celui d'un transistor de puissance où l'émetteur est constitué par une bande circulaire dont le rayon moyen est suffisamment grand pour que dans chaque section on ait des phénomènes à deux dimensions.

Les dimensions du collecteur sont telles que tout se passe comme s'il était de dimensions infinies par rapport à l'émetteur.

De même, on peut considérer que la connexion de base se trouve infiniment éloignée de l'émetteur, ce qui justifie la configuration adoptée pour une section représentée dans la figure 4.

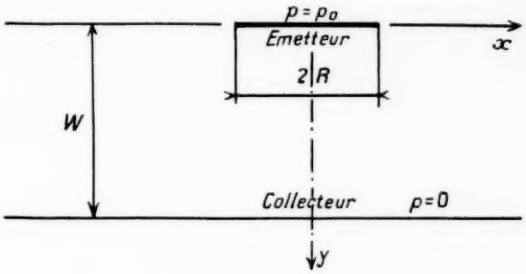


Fig. 4.

La solution devra vérifier les conditions aux limites suivantes :

— en face de l'émetteur,

$$y = 0, \qquad \left|\frac{x}{R}\right| < 1,$$

on suppose une densité de porteurs injectés constante égale à $p = p_0$;

— au niveau du collecteur $y = W$, quel que soit $x$, on suppose que la densité de porteurs minoritaires est nulle : $p = 0$;

— sur la surface de la base entourant l'émetteur

$$y = 0, \qquad \left|\frac{x}{R}\right| > 1,$$

la véritable condition à remplir est

$$-D_p\frac{\partial p}{\partial y} + sp = 0.$$

Mais pratiquement, quelle que soit la valeur de $s$, la répartition des porteurs à la surface est imposée

essentiellement par la proximité du collecteur, et pour toutes les valeurs couramment rencontrées pour $s$, la recombinaison en surface jouera le rôle d'une faible perturbation dans la répartition qu'on trouve lorsqu'on suppose que $s = 0$.

Ce faisant, on est amené à résoudre un problème de Dirichlet dans un domaine qui est représenté avec sa frontière dans la figure 5. Sur l'axe des $x$, la condition $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ est vérifiée par raison de symétrie. La largeur de l'émetteur est $2R$, sa longueur est supposée infinie.

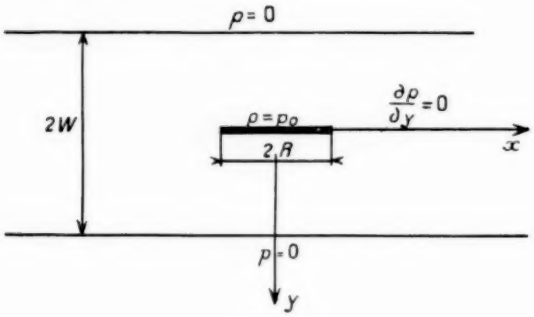


Fig. 5.

Nous avons fait subir au plan de la variable complexe $z = x + iy$ les transformations de Schwarz-Christoffel suivantes :

$$z = \frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{W} + i\frac{y}{W}\right),$$

$$\zeta' = \exp[z],$$

$$\zeta = \exp\left[\frac{\pi}{2\lambda}\right]\zeta' = \exp\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{x}{W} + i\frac{y}{W}\right)\right].$$

En posant

$$\lambda = \frac{W}{R} \qquad \text{et} \qquad k = \exp\left[-\frac{\pi}{\lambda}\right],$$

la solution finale s'écrit

$$p = p_0 \mathcal{R}\left\{\frac{F(k, \zeta)}{F(k, 1)}\right\},$$

$\mathcal{R}$ désigne la « partie réelle de », $F$ est l'intégrale elliptique de Legendre définie par

$$F(k, x) = \int_0^x \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}},$$

$k$ est pratiquement nul; en effet, $\lambda = \frac{W}{R}$ est en général de l'ordre de $\frac{1}{10}$; par conséquent

$$k = \exp\left[-\frac{\pi}{\lambda}\right] = \exp[-10\pi] \neq 0.$$

Donc

$$F(k, 1) \neq F(0, 1) = \frac{\pi}{2}$$

et il vient

$$p = p_0 f(x, y),$$

avec

$$f(x, y) = \frac{2}{\pi}\mathcal{R}\left\{F\left(k, \exp\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{x}{W} + i\frac{y}{W}\right)\right]\right)\right\}.$$

## 2.1. Calcul des courants de recombinaison.

2.1.1. Recombinaison a la surface. — Le courant total perdu par recombinaison à la surface, de part et d'autre de l'émetteur et par unité de longueur, est

$$I_s = 2qsp_0\int_R^x f(x, 0)\,dx.$$

Avec l'approximation $k = 0$, on trouve que l'intégrale de Legendre pour

$$R < x < \infty$$

se réduit à

$$f(x, 0) = \frac{2}{\pi}\arcsin\left\{\exp\left[\frac{\pi}{2\lambda}\left(1 - \frac{x}{R}\right)\right]\right\}$$

dont l'intégrale est égale à

$$\int_R^x \arcsin\left\{\exp\left[\frac{\pi}{2\lambda}\left(1 - \frac{x}{R}\right)\right]\right\}dx$$
$$= \frac{2\lambda}{\pi}R\frac{\pi}{2}\operatorname{Log}2 = W\operatorname{Log}2,$$

d'où

$$I_s = \frac{4\operatorname{Log}2}{\pi}qp_0sW = 0{,}886\,qp_0sW.$$

Le calcul précédent montre que la décroissance de la concentration des porteurs à la surface s'effectue suivant une loi plus rapide qu'une loi de variation exponentielle de longueur caractéristique $\frac{2W}{\pi}$. On voit, en outre, qu'en moyenne tout se passe comme si l'on avait une densité de porteurs $p_0$ égale à la densité injectée par l'émetteur et répartie uniformément de part et d'autre de l'émetteur sur une distance de l'ordre de $W$.

Enfin, ce calcul nous fournit l'expression de $\alpha_s$,

$$\alpha_s = \frac{I_p}{I_s} = \frac{D_p q\frac{p_0}{W}2R}{0{,}886\,qp_0Ws} = 2{,}26\,D_p\frac{R}{W^2}\frac{1}{s}.$$

2.1.2. Recombinaison dans le volume. — La contribution du volume est généralement beaucoup plus faible que celle de la surface, on peut

donc se contenter de calculer d'une façon approchée le nombre de porteurs accumulés dans la base.

Ainsi on peut admettre pour cela que la répartition des porteurs est linéaire et que le volume utile est celui entre l'émetteur et le collecteur, puisqu'on a vu que l'étalement est de l'ordre de $W$ qui est faible devant $R$.

D'où

$$I_c = \frac{q}{\tau} \iiint_{\ldots} p \, dv = \frac{q p_0}{\tau} \frac{1}{2} 2R \times W = \frac{q p_0 R W}{\tau}$$

et

$$\alpha_c = \frac{I_p}{I_c} = 2\left(\frac{L_p}{W}\right)^2.$$

Sachant que la durée de vie $\tau$ du germanium qui a servi à faire les transistors est de l'ordre de 100 $\mu$ s, c'est-à-dire que

$$L_p = \sqrt{D_p \tau} = 670 \ \mu,$$

on peut calculer $s$ à partir de

$$\frac{1}{\beta_0} = \frac{1}{\alpha_0} = \frac{1}{\alpha_c} + \frac{1}{\alpha_s}.$$

| Transistor n° | $R$ (μ). | $W$ (μ). | $\beta_0$. | $\alpha_c$. | $\alpha_s$ | $s$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1..... | 465 | 32 | 36,5 | 880 | 38 | 12 000 |
| 2..... | 850 | 55 | 68,5 | 300 | 89 | 3 200 |
| 3..... | 850 | 62 | 46 | 234 | 57 | 3 950 |

Les transistors n$^{os}$ 2 et 3 proviennent d'un même lot de fabrication; ici aussi il est satisfaisant de retrouver des valeurs semblables de $s$ et l'on peut donc penser à utiliser cette méthode pour mesurer la vitesse de recombinaison en surface d'un transistor. La coupe du transistor n° 1 a montré que l'émetteur était décentré par rapport au collecteur, ce qui pourrait expliquer la valeur trop élevée de $s$ qui a été trouvée.

### 2.2. **Discussion des hypothèses.**

Webster dans sa théorie du gain [1] a supposé que la recombinaison dans le volume se faisait par le processus de la recombinaison directe, ce qui l'a conduit à trouver une durée de vie $\tau$ qui diminue comme $\frac{1}{p}$ à haut niveau d'injection. Or la diminution de gain qui en résulte est trop grande, et en réalité les transistors ont beaucoup plus de gain à haut niveau que ne le laisse supposer sa formule.

L'hypothèse de la durée de vie constante semble plus proche de la réalité; elle est aussi plus conforme au processus de recombinaison par centres du type décrit par Shockley-Read.

Comme l'indiquent Wang et Wu [2] la variation de la durée de vie avec le niveau de porteurs injectés est alors de la forme

$$\tau = \tau_0 \frac{1 + C\theta}{1 + \theta},$$

où $C$ dépend du niveau d'énergie et de la section de capture des centres recombinants et des concentrations de porteurs à l'équilibre.

Quand $\theta$ est grand, $\tau$ tend vers $C\tau_0$ et $C$ est de l'ordre de l'unité, donc $\tau$ varie peu.

Il se peut qu'à très haut niveau, le processus de recombinaison directe commence à intervenir, le gain alors diminue plus vite, comme on peut le constater sur les courbes de la figure 3.

A très haut niveau, il vient s'ajouter aussi l'effet de concentration des porteurs sur les bords de l'émetteur, mais à notre avis dans les transistors en germanium, cet effet est moins important que ne le pensent Wang et Wu [2], étant donnée la forte modulation de la résistivité de la base par les porteurs injectés.

Enfin, il nous reste à justifier l'hypothèse que la recombinaison en surface modifie peu la répartition des porteurs dans la base et, en particulier, à la surface.

A la surface, on peut écrire

$$-D_p \frac{\partial p}{\partial y} + sp = 0.$$

Or

$$\frac{\partial p}{\partial y} > \frac{\Delta p}{\frac{W}{4}},$$

donc

$$\frac{\Delta p}{p} < \frac{sW}{4D_p}$$

et la variation de concentration due à $s = 5\,000$, par exemple, qui est une valeur relativement élevée est de

$$\frac{\Delta p}{p} < \frac{5\,000 \times 45.10^{-4}}{4 \times 45} \doteq 0,13.$$

C'est l'ordre de grandeur de l'erreur qu'on commet sur la valeur de $I_c$, donc de $s$ calculé comme on l'a fait plus haut, ce qui est donc acceptable.

Dans ces conditions, il n'est pas utile de compliquer la solution de l'équation différentielle, comme le font Wang et Wu [2], de la répartition des trous en lui faisant vérifier la condition exacte à la surface (5) au détriment d'ailleurs de la répartition exacte des porteurs au voisinage de l'émetteur, dans une région justement où se produit essentiellement la majeure partie de la recombinaison en surface.

## CONCLUSION.

Les hypothèses qu'on a faites dans ce travail semblent suffisantes pour expliquer la forme de la courbe du gain en fonction du courant; de plus, la théorie faite permet de déterminer deux grandeurs jusque-là difficilement mesurables dans un transistor : le dopage de l'émetteur et la recombinaison en surface.

Enfin, il apparaît d'après cette étude que les transistors *npn* ont tendance à avoir plus de gain aux courants forts que les transistors *pnp*.

L'auteur remercie le Professeur Aigrain pour les discussions fructueuses qui lui ont permis de dégager les idées générales sur la répartition théorique des porteurs à la surface.

## BIBLIOGRAPHIE.

[1] WEBSTER, *On the variation of junction-transistor current amplifications factor with emitter current* (*Proc. Inst. Radio Engrs.*, t. 42, juin 1954).

[2] WANG et WU, *On the theory of DC-amplification factor of junction transistors* (*Inst. Radio Engrs. Trans.*, vol. E. D. 6, n° 3, avril 1959).

# ABRIDGMENTS

## ENERGY CONVERSION BY SEEBECK EFFECT AND REFRIGERATION BY PELTIER EFFECT

By N. Thien-Chi, J. Vergnolle and B. Donnadille. p. 275

### 1. Introduction.

1.1. Seebeck effect.

The authors recall briefly the original discovery of Seebeck in 1821 of the thermo-electric effect in a circuit consisting of two dissimilar materials whose junctions are at different temperatures. They mention the best junction, obtained by Maria Telkes in 1947, of the end materials of the Seebeck series, i.e. Pb S and Zn Sb which give a thermocouple with an efficiency of the order of 3 %.

1.2. Peltier effect.

When one thermocouple of the above type is traversed by an electric current, its temperature rises or falls depending on the direction of the current with respect to the pair of materials making up the junctions; this is known as the Peltier effect.

1.3. Thomson effect.

When a metal bar is subjected to a temperature gradient between its two ends and a current is caused to flow along the bar, work is done or absorbed, depending on the direction of the current with respect to the potential difference along the bar; heat is either generated or absorbed.

1.4. Rules relative to the Seebeck effect.

The authors state the rules governing the above effect : rule of the homogeneous circuit, rule of intermediate metals, rule of successive temperatures.

1.5. Thermocouple electrical generator.

Reference is made to some early thermopiles :

The Nobili and Melloni pile of bismuth and antimony strips in series, the cold and the hot junctions being kept apart from one another;

The Noe pile of german silver and Zn-Cd alloy heated in a bunsen flame;

The Clamond pile of iron and Zn-Sb alloy which has generated 8 V with 120 junctions.

All these piles had a low efficiency, of the order of less than 1 %; this is attributed to the high thermal conductivity of the materials together with their low electrical conductivity.

Reference is made to the calculation of the thermoelectric process by Rayleigh in 1885 and by Altenkirch in 1909, the latter results being now generally used as a basis for design work.

The low efficiency of piles constructed with the materials so far available made the piles uneconomic, and the properties of semi-conductors had to be awaited before this state of affairs could improve, as predicted by Joffe in 1929.

The authors give formulae for maximum efficiency and for the figure of merit of thermo-junctions.

A semi-conductor thermo-junction consists of a $p$ type and a $n$ type elements. A formula is given for the factor of merit, with a simplified formula based on the closeness of the characteristics of the two semi-conductors, this formula being particularly useful for a choice of materials to use.

On the basis of solid state physics, Goldsmid established an expression containing such parameters as mobility and effective mass of the carriers, thermal conductivity and Fermi level distance from one or the other edge of the conduction band for type $p$ or $n$ materials.

This relation gives the optimum value of the thermo-electric force of about 203 $\mu$V/°C. This value can be increased to 250 or even 300 $\mu$V/°C if suitable impurities are present. The figure of merit increases with the atomic weight of the elements or with the average atomic weight in the case of compounds. It may in favourable cases be of the order of $\frac{1}{4} \times 10^{-2}$.

### 2. General investigation of the mode of operation of a thermocouple.

2.1. General.

An examination is made of an idealised junction, and the process is described in detail.

2.2. General equations of the system.

The authors give a number of expressions leading to a formula for the energetic conditions of the junction. In all problems

relative to thermoelectric couples and using these basic formulae, there will be present simultaneously the Seebeck, Peltier and Joule effects, so that couples making use of Peltier or Seebeck effect cannot be separated, but for reasons of clarity a couple is said to use the Peltier effect when electrical energy is absorbed, and the Seebeck effect when electrical energy is released.

2.3. Determination of terminal temperatures.

Formulae are derived. Curves are discussed in detail and the conditions given for the junction to act as a refrigerator, as well as the conditions of limit thermal load beyond which refrigeration is impossible.

Interest is more usually directed to a part of the curve related to refrigeration conditions; however, although it is always possible to obtain a rise of temperature by Joule effect, the Peltier effect may, under certain conditions, offer some economic advantage, the junction is then known as a *heat pump*.

2.4. Determination of the voltage at the couple terminals.

A formula is given.

2.5. Thermal Energy variation.

If a couple is to absorb energy to produce a cooling effect, its quality factor has to be greater than a certain limit.

2.6. Electrical energy variation.

Conditions are given for the maximum value of the electrical energy. The couple delivers maximum energy when operated at a voltage equal to half its electromotive force, in accordance with a classical law, but it is shown later that this does not correspond to maximum efficiency.

2.7. Variations of the extracted energy.

For completeness the authors examine the conditions represented by a curve.

2.8. Notion of operating regions.

The curves are then examined with a view to defining various regions each one of which corresponds to a particular mode of energy exchange between the couple, the circuit and the isothermal enclosures.

A diagram is drawn which has the remarkable property of being applicable to any thermo-couple.

2.9. Notion of efficiency.

For the Seebeck effect, efficiency is the ratio of the electrical energy delivered by the couple to the thermal energy expended to secure it.

For the Peltier effect the ratio is the reciprocal of the former.

2.10. Determination of the isothermal efficiency curves.

The zones of utilisation in the curves are those in which a simple thermal passive conductor could not ensure the corresponding thermal exchange without an expenditure of electrical energy.

A formula is given for the conditions for optimum efficiency, this relation being a very important one as it governs the optimum utilisation of a thermo-electric generator for any application.

A formula is given for the case of a passive external circuit, this formula showing that there is a departure from the classical law of matching of impedances; it is followed by a relation which gives the optimum efficiency of a thermo-electric generator. A simplified version is also given.

The properties of the various regions of the curves are examined in detail for the Peltier and the Seebeck conditions of operation, the latter having also this inverse counterpart.

The examination of the isothermal efficiency curves brings out the fact that there are four principal modes of operation :

— Current generation by intake of heat (direct Seebeck effect);
— current generation by refrigeration (inverse Seebeck effect), little used in practice;
— Refrigeration by intake of electrical energy (direct Peltier effect);
— Heating by intake of electrical energy (inverse Peltier effect), more useful in certain regions than the Joule effect.

2.11. Efficiency of the thermo-couple generator.

A chart is given for calculating efficiency.

2.12. Peltier refrigeration and heating.

The previous formulae are transformed with a view to making them of general application to any couple. The process involves the use of rational units of temperature producing dimensionless numbers; the energies are then designated as specific energies in rational units.

An examination is then made of the variations of the efficiency with temperature for various values of the thermal load and a formula is given.

2.13. Multi-stage refrigeration and heating.

The article goes on to the study of multiple stages, the treatment being conducted on the basis of two stages and a number of formulæ established.

## 3. Application of the theory to actual couples.

The differences which exist between the idealised conditions of the theoretical work are gone into, leading to a determination of the deterioration of the performance as compared to the theoretically established values. The various corrections which can be applied to take into account realistic conditions are examined separately.

3.1. Asymmetry of the two branches.

This condition is analysed with a view to determining the corrections to be applied to the theoretical formulae.

3.2. Variation of the parameters with temperature.

The difference of temperature between the two ends is sufficiently small to permit of taking the mean value of the parameters in the case of Peltier operation.

For Seebeck operation with a low temperature gradient an average value can again be taken, but when the temperature difference is more substantial this would give quite erroneous results.

A series of equations are given.

3.3. Nature of the electric current.

The case of the application of rectified alternating current for Peltier operation is examined; formulæ are established.

3.4. Imperfections in electrical junctions.

This is examined from the point of view of quality factor, dependent on the length of the bar.

3.5. Imperfections in thermal contacts.

The effect is examined of the necessity of insulating electrically the appropriate junctions while providing for them a good thermal conducting path. This brings about a modification to the fundamental equations and disturbs the operation of the junctions or junctions in cascade.

3.6. Defect in the adiabatic condition of the enclosure.

The unavoidable divergence from adiabatic conditions assumed in the theoretical work is the most important cause of deviations from theoretical operation, especially in the case of Peltier operation. The question is examined in spite of the difficulties in respect of the determination of the stray effect parameters.

3.7. Calculation of thermopiles.

Additional formulae are derived to supplement those previously established in order to deal with the case of the multiple junction of thermopile, taking into account the various sources of deviation from the theoretical conditions, established in earlier sections.

## 4. Developments in the C. S. F. laboratories.

This section of the article deals with the practical work done in the C. S. F. laboratories since 1955 on the basis of industrial production, as distinct from laboratory results.

4.1. Materials control.

This paragraph deals with the control equipment for the material in ingot form and in its prepared state. The control devices are described in some detail together with the principle used in the measurements.

4.2. Preparation of thermoelectric semi-conductors. Special equipment.

Most of the work done by C. S. F. has been on the basis of bismuth telluride and on zinc antimonide. The article deals with the preparation of crystalline substances prepared by fusion or by distillation, the subsequent processes being based on sintering for which C. S. F. possesses extensive facilities.

Short descriptions are given of the distillation process under reduced pressure and of the zone melting process, described

in greater detail. This is followed by a description of the pratical work done on the materials, combination of the elements by fusion, sintered materials, assemblage of the thermopiles.

Extensive descriptions are given of the practical work done in respect of Peltier refrigeration and mention is made of a demonstration model refrigerator on this principle. A brief description is also given of a microrefrigerator for cooling a lead sulphide infra-red cell, the sensitive surface being cooled to the extent of 37° C for the consumption of a fraction of a watt. The case of refrigeration of transistors and the like is also mentioned, Peltier effect being used.

4.3. Practical realisations and applications.

4.3.1. *Peltier refrigeration.*

4.3.2. *Current generation by Seebeck effect.*

*First high temperature piles.* — The first piles used couples of bismuth telluride-zinc antimonide, and are briefly described. A pile of 30 couples gave a voltage of 1.4 V on a 0.5 Ω resistance for a temperature difference of 300° C; its theoretical efficiency of 3 % fell to 2 % through the effects of the constructional details.

*Solar generators.* — Details are given of a first model of a solar generator whose optimum efficiency was obtained at a temperature difference of some hundred degrees, converting 1 % of the solar energy into electrical energy, at noon.

*Actinometers.* — These instruments required in connection with the work done on solar piles are described.

*Paraffin operated generator.* — An equipment capable of delivering some tens of watts and using paraffin as a source of heat is under construction.

**Conclusion.**

The article concludes with some remarks on the methods adopted for the preparation of the raw materials to the degree of purity required for this particular purpose : low-pressure distillation, zone melting, which do not require complicated installations. The other problem which arises is the industrial production of the junction elements in the correct form and their construction into piles. The first requirement has been met by the use of powder metallurgy with special sintering. So far the requirement in respect of mounting and assemblage has not found a really practical solution, work is continuing.

The need for intensive efforts on the *engineering* side of the question is stressed, if the thermopile is to become a really useful and relatively inexpensive machine for general application.

## INFLUENCE OF TECHNOLOGY AND DIFFUSION ON THE CHARACTERISTICS OF A DRIFT TRANSISTOR

By J. Mercier. p. 322

After recalling the classical theory of the internal field, the article sets out the influence of technological conditions on the performance of a drift transistor, and shows the value of introducing certain parameters.

An equivalent circuit is deduced from an examination of these characteristics and the principle of verification measurements is set out.

A synthesis from a number of electrical data is given as a guide for the preparation of these elements.

The article starts with a summarised exposition of the main results of the drift effect as set out in an article by Grosvalet.

The drift transistor is characterised by a high cut-off frequency due to the considerable reduction in transit time of holes in the base originating in the effect of an accelerating electric field arising from a high gradient of impurities diffused in the base.

This is attended by a low base resistance due to the flow of base curent in a heavily doped region; a low collector-base capacity due to the the high resistivity of the basic material, its structure being such as to avoid punch-through in spite of the thin base.

The article then describes briefly the expressions for the mean internal field in the base, the distribution of minority carriers injected in the base, the transport factor.

Attention is then given to the behaviour of gain with frequency, bringing out two parameters which essentially depend on diffusion and on the alloy, respectively. The cut-off frequency is then considered and a number of expressions are set out.

Having established and discussed some expressions concerned with storage capacity and drawn a number of consequences, the article proceeds with the examination of the natural equivalent circuit of the intrinsic drift transistor, in which the frequency limitation of gain is related to the transport factor or to the existence of a storage capacity.

The author then discusses the conditions whereby the advantages of the drift transistor from the point of view of cut-off frequency expected from the internal field theory are likely to be considerably less in practice. This arises from the fact that account has to be taken of a transition capacity due to the creation of a space charge zone at the emitter, which is an important difference between drift and alloy transistors. This point is considered mathematically.

Expressions are then established and discussed for the case of the equivalent circuit for a common emitter arangement and the consequences are discussed.

In the next section the author deals with the effectiveness of injection and emitter penetration. Injection efficiency is defined as the ratio of the hole current injected by the emitter to the electron current from the base. This ratio increases

with the quantity of impurities in the $p$ zone and with a lowering of $n$ impurity concentration in the base. Injection effectiveness is enhanced by doping the emitter and by causing relatively shallow penetrations at the emitter.

One conclusion is drawn that control of penetration at the emitter, ensuring a compromise between a high cut-off frequency and not too high a gain is a fundamental necessity for the preparation of a drift transistor.

In the next section the author deals with base resistance and emitter penetration and shows that in order to secure a low base resistance too deep a penetration has to be avoided at the emitter. The intrinsic base resistance and the extrinsic base resistance are examined mathematically and a graph is given.

The article then deals with the collector-base capacity, recalling that 1. the high resistivity of the basic material at the level of the collector space charge zone causes the transition capacity to be much less than in the case of an alloy transistor; 2. the extension of the space charge zone when the applied potentiel becomes more and more negative becomes finally limited.

The author then proceeds with measurements of the characteristics of a drift transistor; these concern diffusion parameters, on the basis of the thickness of the diffused layer and its relation to the collector-base capacity; emitter concentration as related to transition capacity from emitter to base.

Methods of calculation are then presented on the basis of general formulae and a number of hypotheses concerning gain and the various parameters considered earlier.

*Conclusion.* — By more closely defining and completing the results of the fundamental theory, the synthesis has explained certain experimental results which, in spite of the little promise which they seemed to give, were capable of being made useful by a judicious compromise, especially if a proper control is exercised on emitter penetration. The influence of the emitter transition capacity in respect of frequency limiting is fundamental and is related to the more limited role of storage capacity or internal field. The limitations of the drift transistor are inherent in alloy technique; its restrictive limits are the control of penetration and of emitter area.

The article ends with an exposition of the limitations of the theory : surface recombination has not been attacked theoretically so far. High-level operation has not received consideration.

## DESIGN AND CONSTRUCTION OF AN OMEGATRON TYPE MASS SPECTROMETER. APPLICATION TO LEAK DETECTION AND ANALYSIS OF GASES AT LOW PRESSURE

(FIRST PART)

By R. J. Warnecke. p. 339

This article deals with the theoretical and experimental study of a mass spectrometer of the Omegatron type, two special versions of which are described :

— the first is intended for the quantitative analysis of low pressure gas mixtures; experiment shows that the exploitable domain of mass extends up to $m = 100$ and that the sensitivity of the instrument permits, with a degree of precision of a few per cent, of the measurement of partial pressures of the order of $10^{-11}$ torr;

— the second version is used for the detection of leaks in high vacuum enclosures; after having shown that the use of argon as a test gas is preferable, from the point of view of the sensitivity of the method, to that of helium or any other fluid, a number of experimental results are given which prove that the detection sensitivity of the Omegatron is very high and that under the most favourable conditions leaks of less than $10^{-4}$ mm³.atm/h, or $2 \times 10^{-8}$ lusecs, can be detected in relatively small enclosures which are perfectly pumped out.

This article is in three parts :

*a.* The first part deals with the theoretical investigation of the internal mechanism of the Omegatron.

Having recalled the principle of its operation, which is analogous to that of the cyclotron, a determination is made of the motion of an ion of mass $m$, charge $e$ and initial velocity $\mathbf{v}_0$ under the influence of two electric and magnetic fields at right angles :

$$\mathbf{E}_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{and} \quad \mathbf{B}.$$

Having verified that alone the initial velocity component parallel to the direction of the magnetic field plays an important part in the motion of ions, a separate study is made of the particle trajectories, first in the case of resonance

$$\omega = \Omega = \frac{eB}{m}$$

and outside resonance

$$\omega \neq \Omega.$$

This is followed by an examination of the influence, on the performance of the spectrometer, of a D. C. electric field $\mathbf{E}_p$ having the same direction as the alternating field $\mathbf{E}$ : by drawing off in a direction perpendicular both to $\mathbf{E}$ and $\mathbf{B}$ the non resonant ions which tend to accumulate in the central region of the ionisation chamber, this polarisation acts favourably both on the resolving power and on the sensitivity.

There then follow :

1. the expression for the resolving power, from which is deduced, for various values of the fields **E** and **B**, the limits of the domain of mass which can be dealt with by the Omegatron :

$$1 \leq m < 100;$$

2. the formulae giving as a function of mass the velocity $v$ and the kinetic energy $w$ of the resonant ions at the instant they reach the collector : for $B = 2\,500$ gauss, $v$ varies between $2 \times 10^8$ cm/s ($m = 100$) and $2 \times 10^7$ cm/s ($m = 1$); as regards $w$, this varies between 6.25 eV ($m = 100$) and 625 eV ($m = 1$);

3. the expression for the length of the trajectory covered by the resonant ions : for $B = 2\,500$ gauss and $m$ between 1 and 100, $l_0$ varies, depending on the value of $E_0$, between 10 cm and 100 m. From the results obtained it is shown that there is a relation between the value of the resolving power and the upper limit of the pressure in the Omegatron ($p_m = 5 \times 10^{-5}$ torr) compatible with correct tube operation;

4. the formulae which give as a function of $E_0$, $B$ and $m$ the number of revolutions effected by the resonant ion at the instant it is collected, and the radial increment of the trajectories.

Lastly, an investigation is made of a faulty orientation of the magnetic field **B** with respect to the electric field **E**; it is found that faulty centering of the field **B** causes a decrease, on the one hand, in the sensitivity (loss of ions on the ionisation chamber walls) and, on the other, in the resolving power (distorted trajectories).

*b*. The second part concerns the experimental study of a tube for the analysis of gas mixtures at low pressure.

After giving the detailed description of an Omegatron with a glass envelope and platinum electrodes, and having given a summary of the essential points concerning the electric, magnetic and associated evacuation circuits, a number of experimental results are given in order to show the conditions under which the Omegatron can be used for the quantitative analysis of gas mixtures.

In particular, the influence is examined of the various parameters (pressure, ionising current, A. C. field amplitude, magnetic field strength, electron accelerating voltage, electron collector potential and polarising voltage) on the tube characteristics, i.e. : the peaks amplitude, the resolving power and the value of the residual ionic current.

Then are defined :

1. *the ionic yield of the ion source :* this is the ratio of the number of ions collected to the number formed : on the average of the order of 20 % it may reach 80 % at maximum sensitivity;

2. *the sensitivity* which is expressed, as in the case of a conventional ion gauge, by the ratio of the number of ions collected to the product of the electron current by the pressure : it varies with the nature of the gas investigated between 1 and 10 $(\text{torr})^{-1}$;

3. *the luminosity* which is the collected ion current relative to a flow of 1 $cm^3$ NTP per day of the gas ($CO_2$) under analysis. The value of $1.3 \times 10^{-10}$ A for a 5 μA ionising current is obtained.

Lastly, having shown that the precision of the measurements made with the Omegatron is between 2 and 10 %, some records of spectra effected in the course of the investigation are given and commented.

*c*. The third part is concerned with, on the one hand, the theoretical aspect of the problem of the detection of leaks in high vacuum enclosures and, on the other, with the experimental results obtained in this field with an Omegatron tube in a metal envelope.

A short description is first given of the method of detection using a mass spectrum, followed by a study of the main factors having an influence on the sensitivity of the method, in particular the choice of the reference gas.

In this connection, starting from the theoretical considerations, it is shown that use of argon is more advantageous than that of any other gas, notably helium. No doubt argon flows rather more slowly than lighter gases through the very small leaks, but it ionises much more readily and this is a great advantage from the point of view of detection sensitivity (this quantity is defined as being equal to the reciprocal of the smallest detectable leak with the detector used).

Experimental results show that the Omegatron is in the class of the most sensitive detectors at present known, so that, in dynamic conditions, argon being used as a test gas, it enables measurements to be made of leaks less than $10^{-4}$ $mm^3$.atm/h, or $2 \times 10^{-8}$ lusecs.

Lastly, a description is given of a metal envelope Omegatron tube specially intended for detecting leaks in enclosure which can be well evacuated ($P$ less than $5 \times 10^{-4}$ torr).

(*To be continued.*)

## THEORY OF GAIN IN A TRANSISTOR AND CARRIER DISTRIBUTION IN THE BASE

By J. Della Riccia. p. 366

### Introduction.

Existing theories on the current gain of a transistor do not explain the mode of operation of power transistors with a high level of carriers injected in the base.

The present theory sets out the role of the electric field which appears in the base and establishes the expression for the curve of gain as a function of the current.

The choice of geometric and physical parameters for obtaining a given gain curve is explained.

Part 2 deals with a mathematical investigation of the distribution of carriers in the base of a transistor with a simple geometry and shows how it helps to determine on a rigorous basis the surface properties of such a transistor.

### 1. Gain theory.

First the author deals with the determination of the various currents and sets down a number of equations, ending up with the analytic expression for the variation of gain as a function of the current.

The role of the electric field in the base is then considered and the variation of the gain with the value of the current is expressed mathematically.

A comparison is then made of the theoretical results against those obtained experimentally and curves are given showing very good agreement between the two sets of results.

The author finds that of two transistors *pnp* and *npn* geometrically and physically alike, the latter will retain its gain for a current of the order of eight times that of the *pnp* transistor.

### 2. Distribution of carriers in the base.

The investigation of carriers in the base gives some interesting information on what happens at the surface of the transistor

A mathematical treatment establishes an equation giving the distribution of the excess of holes, which is the same as the distribution of the excess of electrons.

This equation is then solved, considering the case of a two-dimensional transistor corresponding to a power transistor in which the emitter consists of a circular band with a mean radius sufficiently great to ensure the existence of two-dimensional phenomena in each section.

There follows the calculation of the recombination currents. This is dealt with in two parts : surface recombination and mass recombination. The contribution of the latter is generally much less than that of the former, so an approximation is made by calculating the number of carriers accumulated in the base.

The author then discusses the hypotheses made in the course of the analysis.

He expresses some disagreement with Webster's formula for gain which gives too great a decrease of gain for high level injection. The hypothesis of constant life-time is closer to reality and more in accordance with the process of recombination by centres described by Shockley-Read. But it may be that at very high levels direct recombination begins to intervene and so causes a more rapid decrease of gain; this is shown on curves.

The author then shows a justification for the assumption that surface recombination has little effect on the carrier distribution in the base and at the surface.

### Conclusion.

The assumptions made are deemed sufficient to explain the shape of the gain curve as a function of the current. The theory permits of the determination of two quantities which have so far been difficult to measure in a transistor : emitter doping and surface recombination.

# ZUSAMMENFASSUNGEN

## ENERGIEUMFORMUNG DURCH DAS SEEBECK-EFFEKT UND KÜHLUNG DURCH PELTIER-EFFEKT

Von N. Thien-Chi, J. Vergnolle und B. Donnadille. s. 275

### 1. Einleitung.

1.1. Seebeck-Effekt.

Die Verfasser erwähnen zuerst kurz die Originalentdeckung im Jahre 1821 durch Seebeck des thermoelektrischen Effektes in einem Stromkreis aus zwei unterschiedlichen Werkstoffen, deren Verbindungen verschiedene Temperaturen aufweisen. Sie erwähnen dann die besten Verbindungen, welche im Jahre 1947 von Maria Telkes mit den Endwerkstoffen der Seebeck-Reihe, d.h. Pb S und Zn Sb, gebaut wurden und die ein Thermoelement mit einem Leistungsgrad von 3 % ergeben.

1.2. Peltier-Effekt.

Wenn ein derartiges Thermoelement von einem elektrischen Strom durchflossen wird, steigt oder fällt seine Temperatur in Abhängigkeit des Stromes in bezug auf das Werkstoffpaar des Thermoelementes. Diese Erscheinung ist unter dem Namen Peltier-Effekt bekannt.

1.3. Thomson-Effekt.

Wenn ein Metallstab einem Temperaturgradienten zwischen seinen beiden Enden ausgesetzt wird, und wenn ein Strom durch den Stab geschickt wird, so wird durch den Strom Arbeit geleistet oder aufgezehrt, je nach der Richtung des Stromes in bezug auf das Wärmepotential; es wird also Wärme entwickelt oder aufgenommen.

1.4. Gesetzmässigkeiten des Seebeck-Effektes.

Die Verfasser nennen die Gesetze, welche diesen Effekt beherrschen : das Gesetz für den homogenen Kreis, das Gesetz für die eingeschalteten Zwischenmetalle, das Gesetz der Temperaturunterschiede.

1.5. Thermoelement als Stromquelle.

Es werden einige frühere Thermoelemente erwähnt.

Die Thermoelement-Batterien von Nobili und Melloni aus in Reihe geschalteten Wismuth und Antimonstreifen, bei denen die warme und die kalte Lötstelle auseinandergehalten werden.

Die Batterie von Noe aus Neusilber und Zn-Cd-Legierung, die durch einen Bunsenbrenner beheizt wurde.

Die Cladmond-Batterie aus Eisen und Zn-Sb-Legierung, welche mit 120 Lötstellen 8 V ergibt.

Alle diese Thermoelemente haben einen sehr schwachen Leistungsgrad, etwas unter 1 %; dies wird auf die starke thermische Leitfähigkeit in Verbindung mit den schwachen elektrischen Leitfähigkeiten der verwendeten Werkstoffe zurückgeführt.

Es wird die Berechnung des thermoelektrischen Prozesses durch Rayleigh im Jahre 1885 und durch Altkirch im Jahre 1909 angeführt, wobei letztere Ergebnisse heute allgemein als Grundlage für die Projektierung benutzt werden.

Durch den schwachen Wirkungsgrad, der mit den bisher zur Verfügung stehenden Werkstoffe gebauten Thermoelemente sind derartige Batterien unwirtschaftlich, und man musste auf die Eigenschaften der Halbleiter zurückgreifen um diesen Tatbestand ändern zu können, wie dies von Joffe im Jahre 1929 vorausgesagt worden war.

Die Verfasser geben die Formeln, welche den grössten Wirkungsgrad und den Gütegrad der Thermoelemente geben.

Ein Halbleiter-Thermoübergang besteht aus einem $p$-leitenden und aus einem $n$-leitenden Element. Es wird eine Formel, für den Gütegrad gegeben mit einer vereinfachten Formel, welche auf der Ähnlichkeit der Daten der beiden Halbleiter fusst. Diese Formel ist besonders zweckmässig für die Wahl der Halbleiterstoffe.

Auf Grund der Physik des festen Zustandes hat Goldschmid einen Ausdruck aufgestellt, welcher solche Parameter enthält wie die Beweglichkeit und die wirksame Masse der Ladungsträger, die thermische Leitfähigkeit und den Unterschied der Fermi-Energiepegel zwischen den beiden Rändern des Leitungsbandes der $p$- bzw. $n$-leitenden Werkstoffe.

Dieser Ausdruck gibt für die thermoelektrische Spannung einen Optimalwert von etwa 203 $\mu$V/°C. Dieser Wert kann auf etwa 250 oder gar 300 $\mu$V/°C vergrössert werden, wenn geeignete Verunreinigungen sich im Werkstoff befinden. Der Gütegrad steigt in Abhängigkeit des Atomgewichtes der Elemente oder mit dem mittleren Atomgewicht bei Verbindungen. In günstigen Fällen kann dieser Wert etwa $\frac{1}{4} \times 10^{-2}$ betragen.

### 2. Allgemeine Untersuchung über die Arbeitsweise eines Thermoelementes.

2.1. Allgemeines.

Es wird ein ideeller Übergang betrachtet, und der Prozess wird ausführlich beschrieben.

2.2. Allgemeine Gleichung des Systems.

Die Verfasser geben eine gewisse Anzahl von Ausdrücken, die zu einer Formel für die Energiebedingungen an dem Übergang führen. In allen Aufgaben bezüglich der Thermoelemente, bei denen man diese Grundgleichungen anwendet, spielen gleichzeitig der Seebeck-, der Peltier- und der Joule-Effekt mit, so dass es unmöglich ist, die Thermoelemente, welche den Peltier-Effekt verwenden, von denen zu trennen, die den Seebeck Effekt anwenden. Der Klarheit halber sagt man aber, dass ein Thermoelement den Peltier-Effekt anwendet, wenn elektrische Energie aufgezehrt wird, und dass es den Seebeck-Effeckt anwendet, wenn elektrische Energie abgegeben wird.

2.3. Bestimmung der Endtemperaturen.

Es werden Formeln abgeleitet, entsprechende Kurven ausführlich besprochen und die Bedingungen gegeben, damit ein Übergang eine Kühlwirking ausübt, sowie auch die Grenzbedingungen betreffs der thermischen Belastung, bei deren Überschreitung keine Kühlwirkung mehr möglich ist.

Das Interesse ist meist auf den Teil der Kurve gerichtet, welcher sich auf die Kühlungsbedingungen bezieht. Da es aber immer möglich ist, durch Joule-Effekt eine Temperaturerhöhung zu erhalten, kann der Peltier-Effekt unter gewissen Bedingungen gewisse wirtschaftliche Vorteile bieten, ein derartiger Übergang ist dann unter dem Namen « *Wärmepumpe* » bekannt.

2.4. Bestimmung der Spannung an den Thermoelementenklemmen.

Es wird dazu eine Formel gegeben.

2.5. Änderungen der thermischen Energie.

Wenn ein Thermoelement Energie aufbrauchen soll um eine Kühlwirkung auszuüben, muss sein Gütegrad einen bestimmten Mindestwert überschreiten.

2.6. Änderungen der elektrischen Energie.

Es werden die Bedingungen gegeben, damit man die grösste elektrische Energiemenge erhalten kann. Das Thermoelement gibt die grösste Energiemenge ab, wenn es bei einer Spannung betrieben wird, die der Hälfte seiner E.M.K. entspricht, gemäss den klassischen Gesetzmässigkeiten; es wird aber nachstehend bewiesen, dass das nicht dem grössten Leistungsgrad entspricht.

2.7. Änderungen der entnommenen Energie.

Der Vollständigkeit halber betrachten die Verfasser die entsprechenden Bedingungen an einer Kurve.

2.8. Begriff der Betriebsgegenden.

Es werden die Kurven betrachtet, um die verschiedenen Gegenden der Ebene zu bestimmen, welche je einer besonderen Art der Energieaustausche zwischen dem Thermoelement, dem Stromkreis und den isothermen Behältern entsprechen.

Es wird ein Diagramm gezeichnet, welches das besonders interessante Kennzeichen aufweist, an beliebige Thermoelemente anwendbar zu sein.

2.9. Begriff des Leistungsgrades.

Beim Seebeck-Effekt ist der Leistungsgrad gleich dem Verhältnis zwischen der vom Thermoelement abgegebenen elektrischen Energie und der aufgebrauchten thermischen Energie.

Beim Peltier-Effekt wird der Leistungsgrad als der reziproke Wert des obigen Ausdruckes bestimmt.

2.10. Bestimmung der isothermen Leistungsgradkurven.

Die Verwendungszonen in den Kurven sind die, für welche ein einfacher passiver thermischer Leiter den entsprechenden thermischen Austausch ohne Verbrauch elektrischer Energie nicht gewähren könnte.

Es wird eine Formel für die Bedingungen zur Erreichung des grössten Leistungsgrades gegeben; dieses Verhältnis ist besonders wichtig, da es die besten Einsatzbedingungen für einen thermo-elektrischen Generator für beliebige Anwendungen bestimmt.

Es wird eine Formel für den Fall eines passiven äusseren Kreises gegeben, welche zeigt, dass man hier eine Abweichung in bezug auf das klassische Gesetz bezüglich der Anpassung des Scheinwiderstandes hat; dann wird ein Verhältnis gegeben, welches den grössten Leistungsgrad eines thermo-elektrischen Generators bestimmt. Es wird auch eine vereinfachte Formel angegeben.

Die Eigenschaften der verschiedenen Zonen der Kurven werden ausführlich für die Betriebsbedingungen für den Peltier- und Seebeck-Effekt untersucht; bei diesem wird auch der umgekehrte Effekt betrachtet.

Die Betrachtung der isothermen Leistungskurven zeigt, dass es vier Hauptarbeitsweisen gibt :

— Stromerzeugung durch Wärmeaufnahme (direkter Seebeck-Effekt);
— Stromerzeugung durch Kühlung (reziproker Seebeck-Effekt, der nur wenig praktische Anwendungen aufweist);

— Kühlung durch Aufnahme elektrischer Energie (direkter Peltier-Effekt);

— Heizung durch Aufnahme elektrischer Energie (reziproker Peltier-Effekt), die in gewissen Gegenden zweckmässiger ist als die Heizung durch Joule-Effekt.

2.11. Leistungsgrad des Thermoelement-Generators.

Es wird eine Tabelle zur Berechnung des Leistungsgrades gegeben.

2.12. Kühlung und Heizung durch Peltier-Effekt.

Die vorigen Formeln werden umgeformt, damit sie an ein beliebiges Thermoelement angewendet werden können. Das Verfahren umfasst den Gebrauch von rationellen Temperatureinheiten, welche zu dimensionslosen Zahlen führen; die Energiewerte werden als spezifische Energiewerte in rationellen Einheiten gegeben.

Es werden dann die Änderungen des Leistungsgrades in Abhängigkeit der Temperatur für gewisse Werte der thermischen Belastung gegeben, und es wird eine Formel gegeben.

2.13. Mehrstufenkühlung bzw. -heizung.

Der Aufsatz geht dann zur Untersuchung der Mehrstufenkühlung über, wobei die Behandlung am Beispiel einer zweistufigen Einrichtung erläutert wird, und es werden einige Formeln aufgestellt.

## 3. Anwendung an die Theorie der tatsächlichen Thermoelemente.

Es wird auf die Unterschiede zwischen den ideellen Bedingungen der theoretischen Untersuchung und der Wirklichlkeit eingegangen, das führt zu der Bestimmung der Verschlechterung der Leistung in bezug auf die theoretisch aufgestellten Werte. Die verschiedenen Korrekturen, welche angewandt werden, um die wirklichen Verhältnisse zu berücksichtigen, werden getrennt untersucht.

3.1. Symmetriefehler in den beiden Zweigen.

Diese Fehler werden untersucht, um die Korrekturen zu bestimmen, welche an die theoretischen Formeln angewandt werden müssen.

3.2. Änderungen der Parameter in Abhängigkeit der Temperatur.

Der Temperaturunterschied zwischen den beiden Enden ist genügend klein, so dass man im Falle des Peltierbetriebes den Mittelwert der Parameter nehmen kann.

Bei Seebeck-Effekt mit einem kleinen Temperaturgradienten kann man wieder den Mittelwert der Parameter nehmen, aber wenn die Temperaturunterschiede grössere Werte annehmen, würde das verfälschte Resultate geben.

Es wird eine Reihe von Gleichungen gegeben.

3.3. Stromart.

Es wird der Fall der Anwendung von gleichgerichteten Wechselstrom für Peltier-Betrieb untersucht und es werden Formeln abgeleitet.

3.4. Fehler der Übergänge.

Diese Fehler werden vom Standpunkt des Gütegrades in Abhängigkeit der Länge des Stabes betrachtet.

3.5. Fehler der thermischen Kontakte.

Es wird die Auswirkung der Massnahmen betrachtet, die zwangsweise genommen werden, um die Übergänge mit einer guten elektrischen Isolierung zu versehen, während man eine gute Wärmeleitung sichert. Dies führt zu einer Änderung der Grundgleichungen und stört die Arbeitsweise der in Reihe geschalteten Übergänge.

3.6. Abweichungen von den adiabatischen Bedingungen.

Die unvermeidlichen Abweichungen von den im theoretischen Teil angenommenen adiabatischen Bedingungen ist der wichtigste Grund für die Abweichung in bezug auf das theoretische Verhalten bei Peltier-Betrieb. Diese Frage wird trotz der Schwierigkeiten der Bestimmung des Streueffektes der Parameter betrachtet.

3.7. Berechnung von Thermoelementen-Batterien.

Zusätzliche Formeln werden abgeleitet, um die vorher aufgestellten zu ersetzen, und den Fall einer Thermoelementen-Batterie mit mehreren Übergängen zu behandeln, unter Berücksichtigung der zahlreichen Fehlerquellen, die zu einer Abweichung in bezug auf die theoretischen Bedingungen, die in den vorigen Absätzen behandelt worden sind, führen.

4. **Entwicklungen in dem C. S. F.-Labor.**

Dieser Teil des Aufsatzes beschäftigt sich mit den praktischen Arbeiten, die seit 1955 in den Laboratorien der Fa. C. S. F. auf Grundlage für die betriebliche Herstellung geleistet worden sind, unabhängig von den einfachen Versuchsergebnissen im Labor.

4.1. Werkstoffkontrolle.

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den Kontrollgeräten für die Prüfung der Werkstoffe in Form von Stäben sowie nach Verarbeitung. Die Prüfvorrichtungen werden ausführlich beschrieben, sowie die Grundsätze, die bei diesen Messungen verwendet werden.

4.2. Vorbereitung von thermoelektrischen Halbleitern. Spezialausrüstung.

Die meisten von C. S. F. angestellten Untersuchungen betreffen das Wismuth-Tellurid und das Zink-Antimonid. Der Aufsatz behandelt die Darstellung der kristallinischen Werkstoffe durch Schmelzen oder Destillation, während die Verarbeitung durch Sintern erfolgte, für welches die Fa. C. S. F. über ausgedehnte Anlagen verfügt.

Es wird eine kurze Beschreibung von dem Destillationprozess unter reduziertem Druck gegeben und das sogennante « zone melting process » wird etwas ausführlicher beschrieben. Es folgt eine Beschreibung der praktischen Arbeiten mit diesen Werkstoffen : Verbindung der Elemente in der Schmelze, Sinterprozess, Zusammenbau von Thermoelementen.

Eine ausführliche Beschreibung der praktischen Arbeiten, die sich auf die Peltierkühlung beziehen, wird gegeben, und es wird ein Vorführungsmodell eines auf diesem Prinzip beruhenden Kühlschrankes erwähnt.

Es wird auch eine Beschreibung eines Mikrokühlers gegeben zur Kühlung einer Bleisulfid-Ultrarot-Zelle, wobei die empfindliche Fläche mit einem Stromverbrauch von einem Bruchteil eines Watt um 37°C gekühlt wird. Es wird auch die Kühlung von Transistoren und ähnlichen Geräten durch Peltier-Effekt erwähnt.

4.3. Praktische Ausführung und Anwendungen.

4.3.1. *Kühlung durch Peltier Effekt.*

4.3.2. *Stromerzeugung durch Seebeck-Effekt.*

*Hochtemperatur-Batterien.* — Es werden die ersten Batterien, welche Wismuth-Tellurid und Zink-Antimonid verwenden, kurz beschrieben. Eine Batterie mit 30 Elementen gibt eine Spannung von 1,4 V auf einem 0,5 Ω Widerstand bei einem Temperaturunterschied von 300° C. Der theoretische Wirkungsgrad von 3 % wird durch den Einfluss von Konstruktionsdetails auf 2 % herabgesetzt.

*Sonnengeneratoren.* — Es werden Details betreffs der ersten Sonnengeneratoren gegeben, deren grösster Wirkunsgrad bei Temperaturunterschieden von einigen hundert Grad erhalten wird, wobei 1 % der Sonnenenergie in elektrische Energie verwandelt wird.

*Actinometer.* — Diese Geräte, welche im Zusammenhang mit den Arbeiten über die Sonnenbatterien verwendet wurden, werden ebenfalls beschrieben.

*Mit Paraffin betriebener Generator.* — Es wird zur Zeit ein Gerät entwickelt, welches einige Zehntel Watt abgeben wird, und das mit Paraffin als Heizquelle betrieben wird.

**Zusammenfassung.**

Als Schluss werden einige Anmerkungen über die Verfahren gegeben, die zur Vorbereitung der Rohstoffe mit einem diesem besonderen Verwendungszwecke entsprechenden Reinheitsgrade verwendet werden :

Niederdruckdestillation, « Zone melting », welche keine komplizierten Anlagen erforden. Das andere Problem, das gestellt wird, ist die industrielle Herstellung der Elementübergänge in der gewünschten Form sowie ihr Zusammenbau zu Batterien. Die erste Forderung ist durch die Metallpulververfahren mit speziellem Sinterprozess gelöst worden. Was die Montage der Elemente und ihren Zusammenbau betrifft, so ist noch keine praktische Lösung gefunden worden, und die Arbeit wird fortgesetzt.

Es wird die Notwendigkeit einer regen Weiterentwicklung der technischen Fragen unterstrichen, wenn die Thermoelemente wirklich zu einer nützlichen und verhältnismässig billigen Stromquelle für den Allgemeinverbrauch werden sollen.

## EINFLUSS DER TECHNOLOGISCHEN BEDINGUNGEN UND DER DIFFUSION AUF DIE CHARAKTERISTIK EINES FELD-TRANSISTORS

Von J. Mercier. s. 322

Nach einer kurzen Zusammenfassung der konventionellen Theorie des inneren Feldeffektes wird in diesem Aufsatz der Einfluss der technologischen Bedingungen auf die Leistungen eines Feldtransistors ausgelegt und die Bedeutung der Einführung bestimmter Parameter gezeigt.

Aus der Untersuchung dieser Charakteristiken wird ein Ersatzschaltbild entwickelt, und die Gundlagen für Prüfmessungen aufgestellt.

Es wird die Synthese aus einer ganzen Anzahl von elektrischen Daten als Anhalt zur Vorbereitung dieser Elemente gegeben.

Am Anfang dieses Aufsatzes werden die Hauptergebnisse des Feldeffektes, wie sie im Aufsatz von Grosvalet ausgelegt sind, zusammengefasst.

Der Feldtransistor ist durch die hohe Grenzfrequenz gekennzeichnet, welche aus der bedeutenden Verkürzung der Laufzeiten der Löcher in der Basis erfolgt., wobei diese Verkürzung auf die Einwirkung des elektrischen Beschleunigungsfeldes zurückzuführen ist, das durch den hohen Gradienten der in die Basis diffundierten Verunreinigungen bewirkt wird.

Dies wird durch einen schwachen Basiswiderstand begünstigt, der durch das Abfliessen des Basisstromes in ein schwer gedoptes Gebiet bewirkt wird, sowie durch eine schwache Kollektor/Basis-Kapazität infolge des hohen spezifischen Widerstandes des Grundwerkstoffes, wobei der Aufbau so gestaltet ist, dass ein Durchschlag trotz der keinen Basis-Stärke mit Sicherheit vermieden wird.

Es werden dann kurz die Ausdrücke für den Wert der mittleren, inneren Feldstärke in der Basis, für die Verteilung der in die Basis eingespritzten Minderheitsträger und für den Transportfaktor gegeben.

Es wird dann das Verhalten des Frequenzganges der Verstärkung untersucht, wobei der Einfluss zweier Parameter gezeigt wird, die hauptsächlich von der Diffusion bzw. von der Art der Legierung abhängen.

Nachdem man einige Ausdrücke, die sich auf die Speicherkapazität beziehen, abgeleitet hat, und daraus einige Schlüsse gezogen hat, wird das Ersatzschaltbild eines reinen Feldtransistors untersucht, in welchem die Begrenzung der Verstärkung durch die Frequenz von dem Transportfaktor oder von dem Vorhandensein einer Speicherkapazität bestimmt wird.

Der Verfasser legt dann die Bedingungen aus, durch welche die Vorteile, die man beim Feldtransistor vom Standpunkte der Grenzfrequenz theoretisch erwarten könnte, in der Praxis stark beeinträchtigt werden. Das folgt taus der Tatsache, dass man eine Übergangskapazität berücksichtigen muss, die aus der Bildung einer Raumladung in Nähe des Emitters erwächst-was einen bedeutenden Unterschied zwischen den Feldtransistoren und den Übergangstransitoren darstellt. Dieser Punkt wird mathematisch untersucht. Es werden Ausdrücke für den Fall des Ersatzschaltbildes für eine gemeinsame Emitteranordnung abgeleitet und diskutiert und die Folgen besprochen.

In dem nächsten Abschnitt beschäftigt sich der Verfasser mit dem Wirkungsgrad der Einspritzung und der Tiefenwirkung des Emitters. Der Wirkungsgrad der Einspritzung wird definiert als das Verhältnis zwischen dem vom Emitter eingespritzten Löcherstrom und dem Elektronenstrom der Basis. Der Wert dieses Verhältnisses steigt mit der Konzentration der $n$-leitenden Verunreinigungen in der Basis. Der Wirkungsgrad der Einspritzung wird durch Dotieren des Emitters und durch eine verhältnismässig kleine Eindringtiefe des Emitters begünstigt.

Es wird daraus der Schluss gezogen, dass bei der Herstellung eines Feldtransistors die Eindringtiefe beim Emitter grundsätzlich so gehalten werden muss, dass man zu einer Kompromisslösung zwischen einer hohen Grenzfrequenz und einer nicht zu grossen Verstärkung kommt.

Im nächsten Abschnitt beschäftigt sich der Verfasser mit dem Basiswiderstand und der Eindringtiefe des Emitters, und er zeigt, dass man eine zu grosse Eindringtiefe beim Emitter vermeiden muss, um einen kleinen Basiswiderstand zu erhalten. Der reine Halbleiterwiderstand der Basis und der Widerstand der Basis mit den Verunreinigungen werden mathematisch untersucht, und es wird ein Diagramm gegeben.

Dann wird die Kolletor/Basis-Kapazität behandelt, wobei vorgemerkt wird, dass 1. der hohe spezifische Widerstand des Grundwerkstoffes in der Gegend der Kollektor-Raumladung eine viel kleinere Übergangskapazität ergibt als bei einem legierten Transistor; 2. die Ausdehnung der Raumladungszone wird schliesslich begrenzt, wenn das angelegte Potential immer stärker negative Werte annimmt.

Der Verfasser beschäftigt sich dann mit der Bestimmung der Daten eines Feldtransistors : die Diffusionsparameter auf Grund der Stärke der diffundierten Schicht und ihre Abhängigkeit von der Kollektor/Basis-Kapazität, Konzentration im Emitter in Abhängigkeit der Übergangskapazität vom Emitter zur Basis.

Es werden dann Rechenverfahren ausgelegt, die allgemeine Formeln auf Grund einer gewissen Anzahl von Hypothesen bezüglich der Verstärkung und der verschiedenen oben betrachteten Parameter geben.

*Schlussfolgerung.* — Durch eine bessere Definition und durch neue vollständigere Ergebnisse der grundlegenden Theorie hat diese Synthese gewisse Versuchsergebnisse erklärt, welche trotz ihres zunächst wenig versprechenden Anscheines durch eine zweckmässige Kompromisslösung nutzbar gemacht werden können, insbesondere wenn man die Eindringtiefe des Emitters überwacht. Die Übergangskapazität des Emitters hat einen entscheidenden Einfluss auf die Frequenzbegrenzung und sie steht in Verbindung mit der etwas beschränkten Rolle der Speicherkapazität oder des inneren Feldes. Die Beschränkungen des Feldtransistors sind durch die Legierungstechnik bedingt; ihre Beschränkungen beziehen sich auf die Steuerung der Eindringtiefe und der Emitterfläche.

Zum Schluss legt der Aufsatz die Beschränkungen der Theorie aus : Bisher ist die Wiederverbindung an den Flächen theoretisch nicht berücksichtigt worden. Der Betrieb bei hohem Pegel wurde auch nicht betrachtet.

## UNTERSUCHUNG UND ENTWICKLUNG EINES MASSENSPEKTROMETERS DER OMEGATRON-TYPE ANWENDUNG AN DIE ORTUNG DER LECKSTELLEN AN GASDICHTEN BEHÄLTERN UND AN DIE ANALYTISCHE BESTIMMUNG DER GASE UNTER SCHWACHEM ABSOLUTDRUCK

(ERSTER TEIL)

Von R. J. Warnecke. s. 339

Diese Abhandlung ist der theoretischen und experimentellen Untersuchung eines Massenspektrometers der Type des Omegatrons gewidmet, von der zwei besondere Ausführungen beschrieben werden :

— die erste ist für die quantitative Bestimmung von Gasmischungen unter schwachen Drücken gedacht. Die Erfahrung zeigt, dass ihr Massenbereich bis $m = 100$ reicht, und dass die Empfindlichkeit des Gerätes die Messung von Teildrücken bis zu etwa $10^{-11}$ torr mit einer Genauigkeit von einigen % ermöglicht;

— die zweite Ausführung dient zur Ortung und Anzeige von Leckstellen an Behältern für Hochvakuum; nachdem gezeigt wurde, dass die Verwendung von Argon als Prüfgas in bezug auf die Empfindlichkeit des Messverfahrens der Verwendung von Helium oder jedes anderen Mediums vorzuziehen ist, wird eine gewisse Anzahl von Versuchsresultaten gegeben, welche beweisen, dass die Empfindlickeit des Omegatrons sehr hoch ist und dass unter den günstigsten Bedingungen Leckmengen unter $10^{-4}$ mm³.atm/h d.h. $2 \times 10^{-6}$ lusecs auf verhältnismässig kleinen, tadellos evakuierten Gefässen gemessen werden können.

Diese Arbeit umfasst drei Teile

*a.* Der erste Teil ist der Untersuchung der inneren Vorgänge des Omegatrons gewidmet.

Nachdem man die Arbeitsweise, die ähnlich der eines Zyklotrons ist, kurz erwähnt hat, wird die Bahn eines Ions mit einer Masse $m$, einer Ladung $e$ und einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0$ unter dem Einfluss der beiden zueinander senkrechten elektrischen und magnetischen Felder

$$\mathbf{E}_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{und} \quad \mathbf{B}$$

untersucht.

Nachdem man gezeigt hat, dass allein die Komponente der Anfangsgeschwindigkeit, welche parallel zum Magnefteld ist, einen wichtigen Einfluss auf die Bahn der Ionen hat, untersucht man einzeln die Bahnen der Partikeln, und zwar zunächst im Falle der Resonanz

$$\omega = \Omega = \frac{eB}{m}$$

und dann, wenn keine Resonanzerscheinung vorliegt, d. h. wenn

$$\omega \neq \Omega.$$

Man betrachtet dann den Einfluss auf die Leistungen des Spektrometers eines elektrischen Gleichfeldes $\mathbf{E}_p$, dessen Richtung mit der des Wechselfeldes $\mathbf{E}$ zusammenfällt : indem diese Vorspannung die nicht resonanzfähigen Ionen, die dazu neigen sich in dem mittleren Gebiete der Ionisationskammer anzusammeln, in einer gleichzeitig zu $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ senkrechten Richtung fortzieht, vergrössert sie zugleich das Auflösungsvermögen und die Empfindlichkeit.

Man gibt weiter :

1. den Ausdruck des Auflösungsvermögens, aus dem man dann für verschiedene Werte der Feldstärken $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ die Grenzen des Massenbereiches zieht, in welchem das Omegatron verwendet werden kann :

$$1 \leq m < 100;$$

2. die Formeln, welche in Abhängigkeit der Masse die Geschwindigkeit $v$ und die Wucht $w$ der Ionen im Resonanzzustand im Augenblicke geben, wo sie die Sammelelektrode erreichen. Für $B = 2\,500$ gauss schwankt $v$ zwischen $2 \times 10^8$ cm/s ($m = 100$) und $2 \times 10^7$ cm/s ($m = 1$), während $w$ zwischen 6,25 eV ($m = 100$) und 625 eV ($m = 1$) schwankt;

3. den Ausdruck für die Länge der Flugbahn, welche von den Ionen im Resonanzzustand beschrieben werden : für $B = 2\,500$ gauss und $m = 1$ oder 100, schwankt der Wert von $l_0$ je nach dem Wert von $E_0$ zwischen 10 cm und 100 m. Ausgehend von den so erhaltenen Ergebnissen wird dann gezeigt, dass es eine Beziehung zwischen dem Wert des Auflösungsvermögen und dem oberen, mit der richtigen Arbeitsweise zulässigen Grenzwert des Druckes ($P_m = 5 \times 10^{-8}$ torr) im Omegatron gibt;

4. die Formeln, welche in Abhängigkeit von $E_0$, $B$ und $m$ die Anzahl der Umdrehungen geben, welche von einem Ionen im Resonanzzustand beschrieben werden, bis er auf den Kollektor trifft, sowie die radiale Zunahme des Bahnradiusses.

Es wird schliesslich der Einfluss eines Ausrichtungsfehlers des Magnetfeldes $\mathbf{B}$ in bezug auf das elektrische Feld $\mathbf{E}$ untersucht : man beobachtet, dass eine schlechte Ausrichtung des Feldes $\mathbf{B}$ eine Abnahme einerseits der Empfindlichkeit (Ionenverluste an die Wände der Ionisationskammer) und andrerseits des Auflösungsvermögen (Verformung der Bahnen) bewirkt.

*b.* Der zweite Teil bezieht sich auf die experimentelle Untersuchung einer Röhre, die zur analytischen Bestimmun vong Gasgemischen bei niedrigen Drücken bestimmt ist.

Nachdem eine detaillierte Beschreibung eines Omegatrons mit Glaskolben und Platinelektroden gegeben wurde und das Wesentlischste betreffs der Stromkreise, des Magnetkreises und der mit dem Gerät verbundenen Pumpanlagen kurz angegeben wurde, wird über eine gewisse Anzahl von Versuchsergebnissen berichtet, die zeigen sollen, unter welchen Bedingungen das Omegatron für die *quantitative* Bestimmung von Gasen verwendet werden kann.

Es wird insbesondere der Einfluss der verschiedenen Parameter (Druck, Ionisationsstrom, Amplitude des Wechselfedes, Feldstärke des Magnetfeldes, Beschleunigungsspannung der Elektronen, Potential der Elektronensammelelektrode, Vorspannungen) auf die Leistungen der Röhre untersucht und insbesondere auf die Amplitude der Spitzen, auf das Auflösungsvermögen und auf die Stromstärke des Restionenstromes.

Es werden dann folgende Begriffe definiert.

1. *die Ionenausbeute einer Ionenquelle :* sie entspricht dem Verhältnis der Zahl der gesammelten Ionen zu der Zahl der gebildeten Ionen : im Mittel beträgt sie etwa 20 %, kann aber bei der grössten Empfindlichkeit bis etwa 80 % erreichen;

2. *die Empfindlichkeit*, welche, wie im Falle eines klassischen Ionendruckmessers, als das Verhältnis zwischen dem gesammelten Ionenstrom und dem Produkt vom Elektronenstrom mit dem Druck ausgedrückt wird. Sie schwankt je nach der Art des untersuchten Gases zwischen 1 und 10 $(\text{torr})^{-1}$;

3. *die Leuchtstärke*, es ist dies der auf eine Prüfgasmenge ($CO_2$) von 1 $cm^3$ NTP pro Tag bezogene, gesammelte Ionenstrom. Man erhält $1{,}3 \times 10^{-10}$ A für einen Ionisationsstrom von 5 μA.

Schliesslich, nachdem gezeigt wurde, dass die Messgenauigkeit mit dem Omegatron zwischen 2 und 10 % beträgt, werden einige während der Versuche registrierte Spektren gezeigt und besprochen.

*c*. Der dritte Teil ist einerseits den theoretischen Gesichtspunkten der Probleme der Ortung der Leckstellen an Hochvakuumbehältern und andererseits den Versuchsergebnissen gewidmet, welche man auf diesem Gebiete mit einem Omegatron mit Metallkolben erhalten hat.

Es wird zunächst das Ortungsverfahren der Leckstellen mit Massenspektrometern kurz besprochen und dann werden die wichtigsten Einflussgrössen untersucht, welche die Empfindlichkeit des Verfahrens bestimmen und insbesondere die Wahl des Prüfgases.

Diesbezüglich wird mit Hilfe theoretischer Betrachtungen bewiesen, dass die Verwendung von Argon zweckmässiger ist als die eines beliebigen anderen Gases und insbesondere als Helium. Das Argon fliesst natürlich etwas langsamer als die leichteren Gase durch die kleinen Leckstellen, es kann aber viel leichter ionisiert werden, was ein grosser Vorteil in bezug auf die Nachweisempfindlichkeit ist. (Diese Grösse wird als der reziproke Wert der kleinsten mit dem verwendeten Prüfapparat nachweisbaren Leckmenge definiert.)

Die Versuchsergebnisse zeigen, dass das Omegatron zu den empfindlichsten Lecknachweisgeräten gehört, die man heute kennt. So kann man z. B. im dynamischen Gleichgewichte bei Verwendung von Argon als Prüfgas Leckmengen unter $10^{-4}$ $mm^3$.atm/h nachweisen, d. h. unter $2 \times 10^{-8}$ lusecs.

Schliesslich wird die Beschreibung einer Omegatronröhre mit Metallkolben gegeben, die speziell für den Nachweis und die Ortung der Leckstellen auf Behältern, in welchen ein sehr hohes Vakuum ($P < 5 \times 10^{-4}$ torr) erhalten werden soll, ausgelegt wurde.

(*Fortsetzung folgt.*)

## THEORIE DER VERSTÄRKUNG IN EINEM TRANSISTOR UND LADUNGSTRÄGERVERTEILUNG IN DER BASIS

Von J. Della Riccia. s. 366

### Einleitung.

Die bisherigen Theorien betreffs der Stromverstärkung in einem Transistor erklären nicht die Arbeiltsweise eines Leistungstransistors mit hohem in der Basis eingeprägtem Ladungsträgerpegel.

Die hier ausgelegte Theorie unterstreicht die Rolle des elektrischen Feldes, das sich in der Basis ausbildet, und stellt einen Ausdruck für die Kurve des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit des Stromes auf.

Es wird die Wahl der geometrischen und physikalischen Parameter erklärt, um eine gegebene Verstärkungskurve zu erhalten.

Der zweite Teil befasst sich mit der mathematischen Untersuchung der Verteilung der Ladungsträger in der Basis eines Transistors mit einfachen geometrischen Formen und zeigt, wie dies die Bestimmung auf einer streng genauen Grundlage der Oberflächeneigenschaften eines solchen Transistors erleichtert.

### 1. Theorie der Verstärkung.

Zunächst befasst sich der Verfasser mit der Bestimmung der verschiedenen Ströme, und er leitet eine gewisse Anzahl von Gleichungen ab, aus denen er schliesslich einen Ausdruck für den Wert des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit der Stromstärke zieht.

Er untersucht dann die Rolle des elektrischen Feldes in der Basis und gibt einen mathematischen Ausdruck von den Änderungen des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit der Stromstärke.

Man vergleicht dann die theoretischen Ergebnisse mit den Versuchsergebnissen und es werden Kurven gezeigt, welche zeigen, dass die berechneten Werte gut mit den Messwerten übereinstimmen.

Der Verfasser hat gefunden, dass von zwei Transistoren, und zwar einem der *pnp*-Type und einem der *npn*-Type, welche

geometrisch und physikalisch gleich sind, der letztere einen hohen Wert für den Verstärkungsfaktor für Stromwerte beibehält, die etwa achtmal so hoch sind, wie die entsprechenden Werte eines Transistors der Type *pnp*.

## 2. Verteilung der Ladungsträger in der Basis.

Die Untersuchung der Ladungsträger in der Basis gibt einige interessante Angaben über die Vorgänge an der Oberfläche des Transistors.

Die mathematische Behandlung ergibt eine Gleichung, welche die Verteilung der Defektelektronen gibt, die genau die gleiche ist wie die Verteilung der Überschusselektronen.

Diese Gleichung wird dann im Falle eines zweidimensionellen Transistors gelöst, der einem Leistungstransistor entspricht, in welchem der Emitter aus einem kreisförmigen Streifen besteht, dessen mittlerer Radius gross genug ist, um das Vorhandensein zweidimensioneller Vorgänge in jedem Querschnitt zu gewährleisten.

Es folgt die Berechnung des Wiederverbindungsstromes. Das wird in zwei Stadien besorgt : Wiederverbindung an der Oberfläche und Wiederverbindung in der Masse. Der Beitrag des letzteren Vorganges ist im allgemeinen kleiner als der des ersteren, so dass man durch die Berechnung der Anzahl der in der Basis angespeicherten Ladungsträger eine Annäherung erhalten kann.

Der Verfasser gibt schliesslich eine kritische Betrachtung der im Laufe der Berechnung gestellten Annahmen. Er zeigt, dass eine gewisse Abweichung in bezug auf Websters Formel für den Verstärkungsfaktor vorliegt, die eine zu grosse Abnahme des Verstärkungsfaktors für hohe Strompegel gibt. Die Annahme einer konstanten Lebensdauer für die Ladungsträger kommt der Wirklichkeit viel näher und stimmt besser mit dem Wiederverbindungsprozess in Wiederverbindungszentren gemäss Schokley und Read überein. Es kann aber sein, dass für sehr hohe Strompegel eine direkte Wiederverbindung sich auszubilden beginnt, was einen stärkeren Abfall des Verstärkungsfaktors zu Folge hat, wie es die Kurven zeigen.

Der Verfasser gibt dann eine Begründung der Tatsache, dass die Wiederverbindung an der Oberfläche nur einen kleinen Einfluss auf die Ladungsträgerverteilung in der Basis und an der Oberfläche ausübt.

## Schlussbemerkung.

Die Annahmen, die gemacht wurden, scheinen zu genügen, um die Form der Verstärkungskurve in Abhängigkeit des Stromes zu erklären. Diese Theorie ermöglicht die Bestimmung von zwei Grössen, die bisher nur mit grossen Schwierigkeiten in Transistoren gemessen werden konnten : Die Verunreinigungskonzentration im Emitter und die Wiederverbindungen an der Oberfläche.

Imp. GAUTHIER - VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
154533
Dépôt légal, Imprimeur, 1959, n° 1323
Imprimé en France.

C. D. U. : 537.324

**Conversion d'énergie par effet Seebeck et réfrigération par effet Peltier,** par N. THIEN-CHI, J. VERGNOLLE et B. DONNADILLE.

*Ann. Radioélect.*, nº 58, octobre 1959, p. 275-321, 70 fig.

Dans une première partie, les auteurs rappellent brièvement les principales notions générales relatives aux phénomènes de thermoélectricité.

La seconde partie est consacrée à l'étude générale, basée sur des calculs d'un couple thermoélectrique considéré soit comme un générateur électrique, soit comme un réfrigérateur par effet Peltier.

Enfin, dans la troisième partie, d'ordre technologique, les auteurs rapportent quelques travaux effectués aux Laboratoires C. S. F. et anoncent quelques résultats relatifs à certains semi-conducteurs.

C. D. U. : 537.534.3

**Étude et réalisation d'un spectromètre de masse du type omégatron. Application à la détection des fuites et à l'analyse des gaz sous faible pression** (Première partie), par R. J. WARNECKE,

*Ann. Radioélect.*, nº 58, octobre 1959, p. 339-365, 23 fig.

Cet exposé est consacré à l'étude théorique et expérimentale d'un spectomètre de masse du type Omégatron dont deux versions sont présentées.

La première est destinée à l'analyse quantitative de mélanges de gaz sous très faible pression ($P \leq 10^{-8}$ torr); la seconde est utilisée pour la détection de fuites principalement sur des tubes et dispositifs électroniques scellés sous vide.

Dans cette première partie, l'auteur expose les principaux résultats d'une théorie qui permet, moyennant certaines approximations, d'avoir une idée assez précise de la forme des trajectoires ioniques dans la chambre d'analyse du spectromètre. Sont étudiés en particulier : l'influence de la vitesse initiale des ions, l'effet d'un champ continu superposé au champ électrique alternatif, et, les conséquences d'un défaut d'orientation du champ magnétique par rapport au champ électrique.

C. D. U. : 621.382

**Influence de la technologie et de la diffusion sur les caractéristiques d'un transistor du type drift,** par J. MERCIER.

*Ann. Radioélect.*, nº 58, octobre 1959, p. 322-338, 16 fig.

Après un rappel de la théorie classique de l'effet du champ interne, cet article expose l'influence des conditions technologiques sur les performances d'un transistor du type drift. L'intérêt de l'introduction de certains paramètres est mis en lumière.

Un schéma équivalent et ses limites de validité se déduisent de l'examen de ces caractéristiques et le principe des mesures de vérification est ensuite exposé.

Pour terminer, une synthèse à partir d'un certain nombre de données électriques est présentée comme guide dans l'élaboration de l'élément.

C. D. U. : 621.382

**Théorie du gain d'un transistor et répartition des porteurs dans la base,** par J. DELLA RICCIA.

*Ann. Radioélect.*, nº 58, octobre 1959, p. 366-374, 5 fig.

L'étude contient une théorie du gain en fonction du courant des transistors à jonction. On établit une expression analytique de la courbe du gain et l'on montre comment on peut relier les grandeurs géométriques et électriques du transistor aux paramètres de cette courbe. On fait une comparaison des transistors *pnp* et *npn* du point de vue du gain.

Une analyse mathématique de la répartition des porteurs dans la base permet de mesurer la vitesse de recombinaison $s$ des porteurs à la surface du transistor.

U. D. C. : 621.382

**Influence of Technology and Diffusion on the Characteristics of a Drift Transistor,** by J. MERCIER.

*Ann. Radioélect.*, No. 58, October 1959, p. 322-338, 16 fig.

Having recalled the classical theory of the internal field, the article sets out the influence of technological conditions on the performance of à drift transistor. The value of introducing certain parameters is brought out.

An equivalent circuit and the limits of its validity are deduced from the examination of these characteristics; this is followed by an exposition of the principle of verification measurements.

The article concludes with a synthesis based on a number of electrical data as a guide in the preparation of the element.

U. D. C. : 537.324

**Energy Conversion by Seebeck Effect and Refrigeration by Peltier Effect,** by N. THIEN-CHI, J. VERGNOLLE et B. DONNADILLE.

*Ann. Radioélect.*, No. 58, October 1959, p. 275-321, 70 fig.

In Part I the authors briefly recall the main general notions relative to thermoelectric phenomena.

Part II deals with the general investigation, based on calculations of a thermoelectric couple considered either as an electrical generator, or as a refrigerator using the Peltier effect.

Lastly, in Part III, dealing with engineering matters, the authors describe work carried out in the C. S. F. laboratories and give a few results on certain semi-conductors.

U. D. C. : 621.382

**Theory of Gain in a Transistor and Carrier Distribution in the Base,** by J. DELLA RICCIA.

*Ann. Radioélect.*, No. 58, October 1959, p. 366-374, 5 fig.

The author gives a theory of gain as a function of junction transistor current. He sets out an analytic expression for the gain curve and shows how the geometric and electric magnitudes of the transistors may be related to the parameters of that curve. He compares *pnp* and *npn* transistors from the gain point of view.

A mathematical analysis of the carrier distribution in the base gives a measurement of the recombinaison rate *s* of the carriers on the surface of the transistor.

U. D. C. : 537.534.3

**Design and Construction of an Omegatron Type Mass Spectrometer. Application to Leak Detection and Analysis of Gases at Low Pressures** (First Part), by R. J. WARNECKE.

*Ann. Radioélect.*, No. 58, October 1959, p. 339-365, 23 fig.

This article deals with the theoretical and experimental investigation of a mass spectrometer of the Omegatron type, two, versions of which are described.

The first version is intended for the quantitative analysis of gas mixtures at very low pressures ($P$ not greater than $10^{-8}$ torr); the second is used for the detection of leaks, mainly on tubes and vacuum sealed electronic systems.

In this Part I the author sets out the principal results of a theory which, subject to certain approximations, gives some fairly accurate idea of the form of the ion trajectories in the analysing chamber of the spectrometer. In particular, the following are examined : influence of initial ion velocity; effect of a D. C. field superimposed on the alternating electric field and consequences of faulty orientation of the magnetic field with respect to the electric field.

D. K. : 537.324

**Energieum formung durch das Seebeck-Effekt und Kühlung durch Peltier-Effekt**, von N. THIEN-CHI, J. VERGNOLLE und B. DONNADILLE.

*Ann. Radioélect.*, Nr 58, Oktober 1959, s. 275-321, 70 Abb.

In einem ersten Teile erwähnen die Verfasser kurz die wichtigsten Begriffe bezüglich der thermoelektrischen Erscheinungen.

Der zweite Teil ist der allgemeinen Untersuchung auf Grund der Berechnung eines Thermoelementes gewidmet, das entweder als elektrischer Generator oder als Kühler durch Ausnutzung des Peltier-Effektes benutzt wird.

Schliesslich berichten die Verfasser in einem dritten Teile, der sich hauptsächlich mit technologischen Fragen befasst, über die in den Laboratorien der C. S. F. ausgeführten Arbeiten und geben einige Ergebnisse bezüglich gewisser Halbleiter bekannt.

D. K. : 537.534.3

**Untersuchung und Entwicklung eines Nassenspektrometers der Omegatron-Type-Anwendung an die Ortung der Lekstellen an gasdichten Behältern und an die analytische Bestimmung der Gase unter schwachem Absolutdruck.** (Erster Teil), von R. J. WARNECKE.

*Ann. Radioélect.*, Nr. 58, Oktober 1959, p. 339-365, 23 Abb.

Dieser Aufsatz befasst sich mit der theoretischen und experimentellen Untersuchung eines Massenspektrometers der Omegatron-Type, von dem zwei Ausführungen beschrieben werden. Die erste ist für die quantitative Bestimmung von Gasgemischen bei sehr kleinen Drücken ($\leq 10^{-8}$ torr) bestimmt, während die zweite zur Ortung von Leckstellen besonders an Röhren und verschweissten Elektronikgeräten unter hohem Vakuum verwendet wird. Im ersten Teil legt der Verfasser die wichtigsten Ergebnisse einer Theorie aus, mit welcher man mittels einiger vereinfachenden Annahmen die Form der Flugbahnen der Ionen in der Versuchskammer des Spektrometers mit einer guten Näherung bestimmen kann.

D. K. : 621.382

**Einfluss der technologischen Bedingungen und der Diffusion auf die Charakteristik eines Feld-Transistors**, von J. MERCIER.

*Ann. Radioélect.*, Nr 58, Oktober 1959, p. 322-338, 16 Abb.

Nach einer kurzen Zusammenfassung der konventionellen Theorie der Auswirkung des inneren Feldes legt dieser Aufsatz den Einfluss der technologischen Bedingungen auf die Leistungen eines sogenannten Drift-Transistors aus. Es wird die Bedeutung der Einführung gewisser Parameter unterstrichen.

Es wird eine Ersatzschaltung gegeben, deren Anwendungsbereich durch die Untersuchung ihrer Charakteristiken festgelegt wird. Es wird dann auch das Prinzip der Kontrollmessungen ausgelegt.

Zum Schluss wird von bestimmten elektrischen Daten ausgehend eine Synthese gegeben, die als Leitfaden bei der Auslegung eines Elementes dienen kann.

D. K. : 621.382

**Theorie der Verstärkung in einem Transistor und Ladungsträgerverteilung in der Basis**, von J. DELLA RICCIA.

*Ann. Radioélect.*, Nr. 58, Oktober 1959, s. 366-374, 5 Abb.

Der Verfasser bringt eine Theorie für die Bestimmung des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit des Stromes bei Flächentransistoren. Er leitet einen Ausdruck für die Kurve des Verstärkungsfaktors ab und zeigt, wie man die geometrischen und elektrischen Grössen des Transistors mit den verschiedenen Parametern, welche diese Kurve bestimmen, in Beziehung bringen kann. Er gibt dann einen Vergleich der *pnp*-Transistoren mit den *npn*-Transistoren in bezug auf die Verstärkung.

Durch eine mathematische Analyse der Verteilung der Ladungsträger in der Basiszone ist es möglich die Wiederverbindungsgeschwindigkeit $s$ der Ladungsträger an der Transistoroberfläche zu messe.

# SOMMAIRE

NGUYEN THIEN-CHI, J. VERGNOLLE et B. DONNADILLE. — Conversion d'énergie par effet Seebeck et réfrigération par effet Peltier. . . . . 275

J. MERCIER. — Influence de la technologie et de la diffusion sur les caractéristiques d'un transistor du type drift. . . . . 322

R. J. WARNECKE. — Étude et réalisation d'un spectromètre de masse du type Omégatron. Application à la détection des fuites et à l'analyse des gaz sous faible pression (Ire partie). . 339

J. DELLA RICCIA. — Théorie du gain d'un transistor et répartition des porteurs dans la base. . 366

Abridgments (résumés des Mémoires en langue anglaise). . . . . 375

Zusammenfassungen (résumés des Mémoires en langue allemande). . . . . 382

Imp. GAUTHIER - VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

154533

Dépôt légal, Imprimeur, 1959, n° 1323

Imprimé en France.

*Gérant :* L. P. BOULANGER

9176